

Economia monetaria (corso avanzato)

Esame

(F.Bagliano)

Tempo complessivo a disposizione: **90 minuti**.

1. (**Modelli VAR**) Dato il seguente modello dinamico che descrive le relazioni fra n variabili endogene in forma *strutturale* (notazione standard)

$$\mathbf{A} \mathbf{y}_t = \mathbf{C}(L) \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{v}_t$$

dove \mathbf{v} è il vettore degli shock strutturali con $E(\mathbf{v}_t \mathbf{v}_t') = \mathbf{D}$ matrice diagonale:

- (a) derivate la *forma ridotta* (*VAR*) del modello e discutete il problema dell'*identificazione* degli shock strutturali spiegando qual è la *condizione necessaria* per l'identificazione e perché;
- (b) supponete ora che le variabili endogene del modello siano: m_t (quantità nominale di moneta), R_t (tasso di interesse a lungo termine), g_t (GDP), r_t (tasso di interesse a breve termine) e p_t (livello dei prezzi). Utilizzando queste variabili si vuole studiare il *meccanismo di trasmissione della politica monetaria*. Discutete una plausibile strategia di identificazione basata sull'assunzione di "ricorsività" (*recursiveness*), specificando quali variabili sono predeterminate rispetto allo strumento di politica monetaria, la forma assunta per la componente sistematica della politica monetaria, ecc. Secondo voi, in questa applicazione, uno schema ricorsivo può risultare inappropriato e perchè, e quale schema alternativo sarebbe preferibile?

2. **(Struttura a termine dei tassi)** Considerate il seguente $VAR(1)$ bivariato per i livelli di R^L (tasso a lungo) e R (tasso a breve), entrambe variabili $I(1)$:

$$\begin{aligned} R_t &= a_{11}R_{t-1} + a_{12}R_{t-1}^L + e_t^R \\ R_t^L &= a_{21}R_{t-1} + a_{22}R_{t-1}^L + e_t^L \end{aligned}$$

- (a) riscrivete il sistema in differenze prime e definite la matrice $\mathbf{\Pi}$ (contenente le proprietà di lungo periodo delle serie) in termini dei coefficienti a_{ij} ;
 - (b) discutete le implicazioni della *teoria delle aspettative* della struttura a termine dei tassi (senza premio al rischio) per la matrice $\mathbf{\Pi}$ e descrivete una possibile procedura per testare formalmente tali implicazioni;
 - (c) nel caso in cui le implicazioni della teoria delle aspettative siano verificate, delineate una strategia empirica per derivare il *trend stocastico comune* a R e R^L .
3. **(CCAPM)** Considerate il problema di massimizzazione intertemporale dell'utilità con scelta di portafoglio di un agente rappresentativo con funzione di utilità in ogni periodo

$$u(C_t) = \log C_t$$

Supponete che vi siano solo un'attività finanziaria senza rischio con tasso di rendimento certo (per il generico periodo $t+i$) r_{t+i+1}^f , e un'unica attività rischiosa con tasso di rendimento r_{t+i+1} , non conosciuto dall'agente all'inizio del periodo.

- (a) Derivate e commentate la condizione del primo ordine del problema (equazione di Eulero) utilizzando e spiegando il concetto di "fattore di sconto stocastico";
- (b) facendo uso della proprietà statistica $E(xy) = E(x)E(y) + cov(x, y)$, ricavate l'espressione dell'*equity premium* valida in questo caso, dandone una interpretazione economica;
- (c) facendo riferimento alla risposta al punto (b), spiegate perché i valori dell'*equity premium* storicamente osservati sono difficili da giustificare teoricamente sulla base di questo modello.

Economia monetaria (corso avanzato)

(F.Bagliano)

Tempo complessivo a disposizione: **90 minuti**

1. (**Modelli VAR**) Considerate due variabili macroeconomiche con le seguenti proprietà:

$$x_t \sim I(1), y_t \sim I(1)$$

- (a) Scrivete la forma ridotta (VAR) del modello bivariato per x e y in modo opportuno per l'applicazione della strategia di identificazione di Blanchard-Quah (spiegando sotto quale condizione è possibile tale applicazione)
- (b) scrivete la relazione fra la matrice di varianze-covarianze delle innovazioni del VAR (elementi del vettore \mathbf{u}) e gli shock strutturali (elementi di \mathbf{v}), derivando le restrizioni disponibili per l'identificazione degli shock strutturali e indicando quante restrizioni aggiuntive sono necessarie per ottenere l'esatta identificazione (*just-identification*);
- (c) supponete di voler ottenere l'identificazione degli shock strutturali imponendo che ciascuno shock abbia un effetto "permanente" solo su una variabile e un effetto puramente "transitorio" sull'altra. Scrivete le restrizioni appropriate in questo caso.
2. (**Struttura a termine dei tassi**) Supponete che R^L (tasso a lungo) e R (tasso a breve) siano entrambe variabili $I(1)$, descritte dal seguente VAR bivariato:

$$\begin{aligned} R_t &= R_{t-1} + e_t^R \\ R_t^L &= a R_{t-1} + b R_{t-1}^L + e_t^L \end{aligned}$$

dove R segue un processo *random walk*.

- (a) Riscrivete il sistema in differenze prime e definite la matrice $\mathbf{\Pi}$, contenente le proprietà di lungo periodo delle serie;
- (b) quale rango può avere la matrice $\mathbf{\Pi}$? e quali implicazioni vi sono per la relazione di lungo periodo fra i due tassi R e R^L ?
- (c) se la “teoria delle aspettative” è verificata, quale forma assumono la relazione di cointegrazione fra i tassi (matrice β) e i coefficienti di aggiustamento (o *loadings*, nella matrice α)

- 3. (CCAPM)** Considerate il problema di massimizzazione intertemporale dell'utilità con scelta di portafoglio di un agente rappresentativo con orizzonte infinito e dotato della seguente funzione di utilità U :

$$U_t = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1 + \rho} \right)^i u(C_{t+i})$$

dove $u(C_{t+i})$ è la funzione di utilità in ogni periodo $t + i$. Supponete che vi siano tre attività finanziarie: una senza rischio con tasso di rendimento certo (per il generico periodo $t + i$) r_{t+i+1}^f , una rischiosa con tasso di rendimento r_{t+i+1}^1 con covarianza *positiva* con il livello di consumo dell'agente, e una rischiosa con tasso di rendimento r_{t+i+1}^2 con covarianza *negativa* con il livello di consumo dell'agente. I rendimenti delle due attività rischiose non sono conosciuti dall'agente all'inizio del periodo.

- (a) Derivate e commentate le condizioni del primo ordine del problema (equazioni di Eulero) per le tre attività utilizzando il concetto di “fattore di sconto stocastico”;
- (b) ricavate, in equilibrio, il livello relativo del tasso senza rischio r^f e dei rendimenti attesi sulle due attività rischiose, $E(r^1)$ e $E(r^2)$, fornendo una chiara interpretazione economica del risultato.