

# Macroeconomia III

## Appunti (4) su: *Modelli dinamici con aspettative razionali*

(F. Bagliano, 2006)

L'ipotesi di aspettative razionali è stata incorporata in numerosi modelli macroeconomici, tesi a spiegare l'interazione fra variabili reali e prezzi delle attività finanziarie, anche al di fuori dell'impostazione teorica propria della nuova macroeconomia classica. In questi appunti sono presentati due modelli dinamici che analizzano l'andamento delle quotazioni azionarie e del tasso di cambio studiandone le determinanti e gli effetti sull'economia reale.

### **1. Un modello IS-LM dinamico con mercato azionario (Blanchard 1981)**

In questa sezione viene presentata una versione semplificata del modello *IS – LM* dinamico di Blanchard (*American Economic Review* 1981), che estende lo schema macroeconomico elementare considerando l'andamento dinamico dell'economia e introducendo più mercati di attività finanziarie (oltre a moneta e “titoli”); tale estensione è limitata, nella versione analizzata in questa sezione, al solo *mercato azionario*. Le quotazioni che si formano su tale mercato hanno la caratteristica di essere *forward-looking*, incorporando le aspettative degli operatori sul futuro andamento dell'economia (in particolare delle componenti del rendimento azionario quali dividendi, quotazioni future e tassi di interesse).<sup>1</sup> Attraverso i movimenti delle quotazioni azionarie (e, in versioni più estese, di altre attività finanziarie come i titoli a lungo termine), il funzionamento del modello mette in luce il ruolo

---

<sup>1</sup>Nel modello, non essendovi elementi stocastici, l'ipotesi di aspettative razionali coincide con quella di perfetta previsione (*perfect foresight*).

delle aspettative nella determinazione dell'andamento dinamico delle variabili reali e degli effetti delle politiche economiche, in particolare quelle fiscale e monetaria.

Le principali caratteristiche del modello di Blanchard sono le seguenti:

- si considera un'economia chiusa agli scambi con l'estero e in cui, come nella versione statica del modello  $IS - LM$ , il livello dei prezzi dei beni è fissato esogenamente ed è costante;
- gli investimenti privati (una componente della domanda aggregata) dipendono positivamente dal rapporto fra il valore di mercato del capitale produttivo posseduto dalle imprese e il suo costo di rimpiazzo: tale misura è nota come  $q$  di Tobin;
- $q$  è interpretato nel modello come la valutazione di mercato dello stock di capitale a disposizione delle imprese incorporata nel livello delle quotazioni azionarie: un aumento del prezzo delle azioni indica una più elevata valutazione di mercato del capitale (rispetto al suo costo di rimpiazzo) e ciò induce le imprese ad investire per espandere lo stock esistente di capitale.

Formalmente, il lato della domanda aggregata del modello è rappresentato dalle equazioni che descrivono la domanda di beni e l'equilibrio sui mercati delle attività finanziarie (moneta, titoli e azioni) ed il lato dell'offerta è rappresentato da una funzione che mostra (in presenza di prezzi fissi) l'adeguamento nel tempo della produzione a fronte di eccessi di domanda/offerta sul mercato dei beni. Nella formalizzazione che segue, il tempo  $t$  è misurato da una variabile continua; tutte le grandezze economiche (tranne il livello dei prezzi  $p$ ) sono quindi funzioni del tempo.

### 1.1. Domanda aggregata

La domanda aggregata di beni,  $y^D(t)$ , è descritta dalla seguente funzione lineare:

$$y^D(t) = \alpha q(t) + c y(t) + g(t) \quad \alpha > 0, 0 < c < 1 \quad (1.1)$$

Il livello della domanda aggregata è determinato da tre componenti: il livello della produzione  $y$  attraverso la funzione del consumo (il parametro  $c$  rappresenta la propensione marginale al consumo), il livello di  $q$ , che qui è l'unica determinante degli investimenti privati, e  $g$ , che denota un indice complessivo di politica fiscale (spesa pubblica al netto della tassazione), fissato esogenamente dal *policymaker*.

Nell'economia sono presenti tre attività finanziarie: moneta, titoli a breve termine e azioni. Per descrivere l'equilibrio simultaneo su tutti i mercati finanziari

abbiamo quindi bisogno di due condizioni di equilibrio. Sul mercato della moneta l'equilibrio è descritto da una convenzionale curva  $LM$ :

$$\frac{m(t)}{p} = h_0 + h_1 y(t) - h_2 r(t) \quad (1.2)$$

dove l'offerta di moneta in termini reali (data dalla quantità di moneta nominale  $m$  -lo strumento di politica monetaria, perfettamente controllato dalla banca centrale- divisa per l'indice dei prezzi esogeno  $p$ ) è uguagliata alla domanda, determinata positivamente dal livello della produzione (per motivazioni transattive: acquisti di beni e pagamento di fattori produttivi) e negativamente dal tasso di interesse sui titoli a breve termine  $r$ .<sup>2</sup> Per convenienza analitica, assumiamo che i titoli a breve abbiano durata istantanea (infinitesima): quindi il tasso di rendimento istantaneo ottenuto dai detentori di titoli coincide con il tasso di interesse  $r$  senza la componente di guadagno/perdita in conto capitale dovuta a variazioni della quotazione di mercato dei titoli stessi.

Titoli a breve e azioni sono ipotizzati perfetti sostituti nei portafogli degli investitori: di conseguenza, i loro tassi di rendimento devono essere uguali in equilibrio. L'attività di arbitraggio sui mercati delle due attività da parte degli investitori garantisce che eventuali differenziali di rendimento vengano immediatamente eliminati, ristabilendo la seguente condizione di equilibrio, valida per ogni momento di tempo  $t$  e nota come “*no-arbitrage condition*”:

$$\frac{\pi(t)}{q(t)} + \frac{\dot{q}(t)}{q(t)} = r(t) \quad (1.3)$$

dove il termine di sinistra rappresenta il tasso di rendimento (istantaneo) sulle azioni, composto dai dividendi corrisposti dalle imprese agli azionisti  $\pi$  (e coincidenti per ipotesi con i profitti) e dal guadagno (o dalla perdita) in conto capitale dovuta alla variazione delle quotazioni azionarie. Tale variazione è espressa da  $\dot{q}(t) \equiv \frac{dq(t)}{dt}$ , dove il punto sopra la variabile indica la derivata rispetto al tempo:  $\dot{q} > 0$  rappresenta un guadagno in conto capitale,  $\dot{q} < 0$  una perdita.<sup>3</sup> La condizione di assenza di arbitraggio (1.3) impone che, in ogni momento di tempo, il tasso di rendimento delle azioni sia uguale al tasso sui titoli a breve termine  $r$ .<sup>4</sup>

---

<sup>2</sup>L'assunzione di prezzi fissi implica un tasso atteso di inflazione nullo. Non è quindi necessario distinguere fra tasso di interesse nominale e reale.

<sup>3</sup>L'assenza di elementi stocastici dal modello permette di uguagliare il guadagno in conto capitale *atteso*  $\dot{q}^e$  (che in generale dovrebbe apparire nella definizione del rendimento azionario nella (1.3)) con il guadagno effettivamente realizzato  $\dot{q}$ . Infatti, in assenza di incertezza, l'ipotesi di aspettative razionali coincide con quella di *perfect foresight* e quindi la variazione attesa e quella realizzata di  $q$  sono uguali.

<sup>4</sup>Nella versione originale del modello sono presenti anche titoli a lungo termine. In questo caso è necessario imporre una seconda condizione di assenza di arbitraggio che uguaglia il rendimento (composito, come nel caso delle azioni) dei titoli a lungo al tasso di interesse  $r$ .

Infine, i profitti (interamente pagati agli azionisti sotto forma di dividendi) sono legati positivamente al livello della produzione dalla seguente semplice funzione:

$$\pi(t) = a_0 + a_1 y(t) \quad (1.4)$$

## 1.2. Offerta aggregata

Dal lato dell'offerta, in presenza di un livello dei prezzi dei beni fisso per ipotesi, è il livello di produzione ad aggiustarsi per portare in equilibrio il mercato dei beni. L'evoluzione della produzione nel tempo è data dalla seguente equazione dinamica:

$$\dot{y}(t) = \beta (y^D(t) - y(t)) \quad \beta > 0 \quad (1.5)$$

dove  $\dot{y} \equiv \frac{dy(t)}{dt}$  rappresenta la variazione (istantanea) della produzione in risposta all'eccesso di domanda di beni,  $y^D - y$ : quando la domanda aggregata  $y^D$  è maggiore dell'output corrente  $y$ , le imprese soddisfano la domanda di beni riducendo le scorte precedentemente accumulate ed aumentando solo gradualmente il livello della produzione. Quindi, ciò che garantisce l'equilibrio sul mercato dei beni è la variazione delle scorte, mentre la produzione reagisce solo gradualmente agli eccessi di domanda/offerta sul mercato. Sotto queste ipotesi di comportamento dinamico, la produzione  $y$  ha la natura di variabile “*predeterminata*”, non potendo variare con aggiustamenti istantanei (cioè con movimenti discreti) in risposta a mutamenti nelle condizioni di domanda sul mercato.<sup>5</sup>

## 1.3. Equilibrio stazionario e dinamica dell'economia

Le due variabili la cui dinamica è descritta dalle equazioni (1.3) e (1.5) sono il livello delle quotazioni azionarie  $q$  e l'output  $y$ . L'equilibrio stazionario (*steady-state*)

---

<sup>5</sup>L'equazione differenziale (1.5) può essere risolta applicando le tecniche illustrate nella Sezione 4 degli Appunti(2). In questo caso, il coefficiente negativo su  $y$  ( $-\beta$ ) assicura che la soluzione di tipo *backward-looking* dell'equazione è stabile. Possiamo quindi esprimere il livello della produzione al tempo  $T$  come media ponderata di tutti i livelli di domanda di beni verificatisi in passato:

$$y(T) = \int_{-\infty}^T y^D(t) \beta e^{-\beta(T-t)} dt,$$

con livelli di  $y^D$  più lontani nel passato a cui viene assegnato un “peso” decrescente. La somma dei pesi è pari all'unità:  $\int_{-\infty}^T \beta e^{-\beta(T-t)} dt = 1$ . In ogni momento, quindi, la produzione è determinata dalla storia passata della domanda di beni ed ogni eccesso di domanda corrente può solo dare inizio ad un aggiustamento graduale nel tempo e non ad un adeguamento immediato tale da portare istantaneamente all'uguaglianza  $y = y^D$ .

dell'economia descrive una situazione in cui entrambe le variabili non subiscono più variazioni nel tempo: nell'equilibrio stazionario abbiamo  $\dot{q} = \dot{y} = 0$ . Fuori dall'equilibrio stazionario, durante l'aggiustamento dinamico,  $q$  e  $y$  evolvono nel tempo secondo le rispettive equazioni dinamiche; in più, in ogni momento di tempo, deve realizzarsi l'equilibrio sul mercato della moneta, descritto dalla (1.2) e domanda aggregata e profitti sono ai livelli dati dalle equazioni (1.1) e (1.4).

Il funzionamento dell'economia può essere efficacemente descritto in termini grafici ricavando le *equazioni stazionarie* per  $y$  e  $q$ , cioè le relazioni fra queste due variabili ottenute imponendo  $\dot{y} = 0$  e  $\dot{q} = 0$  rispettivamente nella (1.5) e nella (1.3). Le relazioni risultanti fra  $y$  e  $q$  possono essere poi rappresentate graficamente nel piano  $(q, y)$ .

Ponendo  $\dot{y} = 0$  nella (1.5) e utilizzando l'espressione per la domanda aggregata (1.1) al posto di  $y^D$ , otteniamo la seguente relazione fra produzione e valore di  $q$ :

$$y = \frac{\alpha}{1-c} q + \frac{1}{1-c} g \quad (1.6)$$

(dove la dipendenza dal tempo  $t$  è stata omessa per comodità). L'equazione (1.6) rappresenta le combinazioni di produzione  $y$  e livello delle quotazioni azionarie  $q$  che portano all'uguaglianza domanda ed offerta di beni. Il coefficiente positivo su  $q$  indica che per livelli di quotazioni azionarie più elevati (che determinano maggiori investimenti), solo un aumento della produzione può garantire l'equilibrio stazionario, situazione in cui le imprese non procedono a decumulare scorte per far fronte alla domanda). La relazione (1.6), rappresentata graficamente in Figura 1(a) nel piano  $(q, y)$ , è equivalente alla tradizionale curva  $IS$  che lega negativamente (attraverso l'effetto sugli investimenti privati) un tasso di interesse al livello della produzione. Per ogni livello di output esiste un unico valore di  $q$  (dato dalla (1.6)) in corrispondenza del quale la produzione uguaglia la domanda aggregata. Valori più elevati di  $q$  determinano un flusso di investimenti maggiore e conseguentemente una situazione di eccesso di domanda,  $y^D > y$ ; il livello di produzione non rimane quindi costante nel tempo ma inizia un graduale processo di adeguamento alla maggiore domanda, secondo l'equazione dinamica (1.5):  $\dot{y} > 0$ . Tale aggiustamento dell'output si verifica in ogni punto al di sopra della curva stazionaria  $\dot{y} = 0$  ed è rappresentato graficamente dalle frecce direzionate (orizzontalmente, dal momento che si riferiscono alla dinamica della sola produzione  $y$ ) verso destra. Un ragionamento simmetrico vale per tutti i punti al di sotto della curva stazionaria, che individuano situazioni di eccesso di offerta ( $y^D < y$ ) con conseguente riduzione nel tempo della produzione ( $\dot{y} < 0$ ), descritta dalle frecce orientate verso sinistra.

Analogamente, l'equazione stazionaria per  $q$  è derivata ponendo  $\dot{q} = 0$  nella

(1.3):

$$q = \frac{\pi}{r} = \frac{a_0 + a_1 y}{\frac{h_0}{h_2} + \frac{h_1}{h_2} y - \frac{1}{h_2} \frac{m}{p}} \quad (1.7)$$

dove la seconda uguaglianza è ottenuta utilizzando (1.4) e (1.2) al posto di  $\pi$  e  $r$ . L'equazione (1.7) rappresenta le combinazioni di  $y$  e  $q$  che garantiscono l'equilibrio sul mercato della moneta e l'uguaglianza dei rendimenti di titoli e azioni senza che siano necessari guadagni o perdite in conto capitale, cioè con quotazioni azionarie costanti,  $\dot{q} = 0$ . Il segno di questa relazione fra  $q$  e  $y$  non è univocamente determinato: all'aumentare della produzione i profitti e i dividendi crescono facendo aumentare  $q$ , ma anche il tasso di interesse  $r$ , utilizzato per scontare i profitti futuri, aumenta con l'effetto di deprimere le quotazioni azionarie. La pendenza della curva  $\dot{q} = 0$  nel piano  $(q, y)$  dipende quindi dalla forza relativa di questi due effetti. Nel seguito assumiamo che l'effetto "tasso di interesse" sia prevalente e di conseguenza rappresentiamo la relazione stazionaria  $\dot{q} = 0$  nella Figura 1(b) come una curva con pendenza negativa (questo caso è chiamato "*bad news*" in Blanchard, 1981).<sup>6</sup> La dinamica di  $q$  fuori dall'equilibrio stazionario è determinata dalla condizione di assenza di arbitraggio fra azioni e titoli (1.3). Per ogni livello di output  $y$ , i dividendi  $\pi$  ed il tasso di interesse  $r$  sono determinati dalle (1.4) e (1.2): solo il livello delle quotazioni azionarie  $q$  sulla curva stazionaria garantisce  $\dot{q} = 0$ . Un valore più elevato, corrispondente nel grafico ad un punto al di sopra della curva, riduce la componente di rendimento azionario legata ai dividendi e rende necessario un guadagno in conto capitale per uguagliare i rendimenti su azioni e titoli e ristabilire la condizione di assenza di arbitraggio: il prezzo delle azioni  $q$  deve quindi aumentare,  $\dot{q} > 0$ , come indicato dalle frecce (verticali, dal momento che si riferiscono alla dinamica delle sole quotazioni azionarie) orientate verso l'alto. Nuovamente, un ragionamento simmetrico vale per livelli di  $q$  al di sotto della curva stazionaria, in corrispondenza dei quali solo perdite in conto capitale possono uguagliare i rendimenti, determinando  $\dot{q} < 0$  e frecce orientate verso il basso.

---

<sup>6</sup>Formalmente, il segno negativo della pendenza nel grafico della curva stazionaria per  $q$  dipende da una condizione sui parametri data da:

$$\left. \frac{dq}{dy} \right|_{\dot{q}=0} < 0 \Leftrightarrow a_1 < q \frac{h_1}{h_2}$$

Inoltre, come mostrato nella Figura 1(b), la curva ha il seguente asintoto (per  $y \rightarrow \infty$ ):

$$\lim_{y \rightarrow \infty} q|_{\dot{q}=0} = \frac{a_1 h_2}{h_1}$$

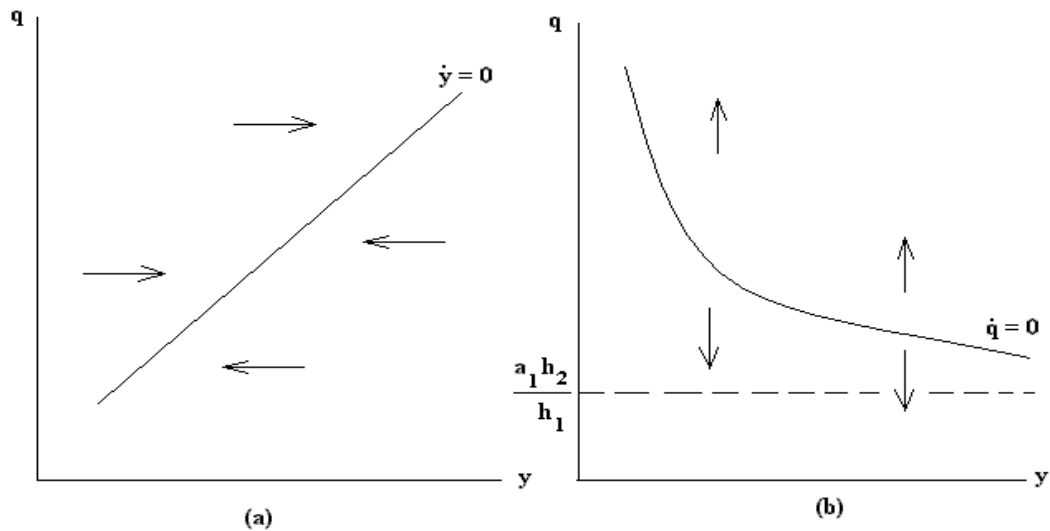


Figura 1

Sovrapponendo i due grafici della Figura 1 otteniamo una descrizione grafica completa della dinamica dell'intera economia per ogni punto del piano  $(q, y)$ , detta "diagramma di fase" e rappresentata nella Figura 2. Il punto di equilibrio stazionario, in cui sia la produzione sia le quotazioni azionarie sono costanti nel tempo, è identificato dall'intersezione delle due curve stazionarie (1.6) e (1.7). Le frecce di movimento descrivono, per ogni regione del grafico definita dalle due curve, l'effetto congiunto delle tendenze dinamiche di  $y$  e  $q$  già illustrate nella Figura 1. Nelle regioni al di sopra e al di sotto del punto di equilibrio stazionario, l'andamento dinamico indica un progressivo allontanamento dall'equilibrio stesso. Proprio la non convergenza all'equilibrio stazionario rende questi percorsi dinamici difficilmente interpretabili dal punto di vista economico. Inoltre, anche partendo da punti situati nelle due regioni a destra e sinistra rispetto all'equilibrio stazionario e seguendo la dinamica delle due variabili, è possibile "sconfinare" in una delle sezioni "instabili" del grafico, in cui nuovamente l'economia si trova su un percorso dinamico non convergente all'equilibrio stazionario (gli andamenti indicati nella Figura 2 a partire dai punti  $B$  e  $C$  rappresentano proprio questi casi). Ciò succede quando la traiettoria del sistema attraversa (verticalmente) la curva  $\dot{y} = 0$  oppure (orizzontalmente) la curva  $\dot{q} = 0$ .

Tuttavia, sempre partendo dalle regioni a sinistra e a destra rispetto all'equilibrio, è possibile individuare una coppia di percorsi dinamici che si dirigono, a

velocità decrescente,<sup>7</sup> verso di esso senza mai incontrare le due curve stazionarie. Tutti i punti su queste traiettorie sono compatibili con la convergenza all'equilibrio stazionario e costituiscono il cosiddetto **percorso di sella** (*saddle path*) del sistema dinamico. Per ogni livello della produzione, un solo livello di  $q$  pone il sistema su una traiettoria convergente all'equilibrio stazionario. Ad esempio, dato un livello di  $y$  pari a  $y_0$ , inferiore a quello di equilibrio stazionario, solo un livello delle quotazioni azionarie corrispondente al punto  $A$  nella Figura 2 consente alla dinamica successiva del sistema di convergere all'equilibrio stazionario. Ogni altro livello di  $q$  (ad esempio quelli corrispondenti ai punti  $B$  e  $C$  in figura) implicherebbe una dinamica successiva della produzione e di  $q$  di tipo “esplosivo”, con un allontanamento crescente dall'equilibrio stesso.<sup>8</sup> Nel seguito, *considereremo solo percorsi dinamici “stabili”, cioè convergenti all'unico equilibrio stazionario ammesso dal sistema.*

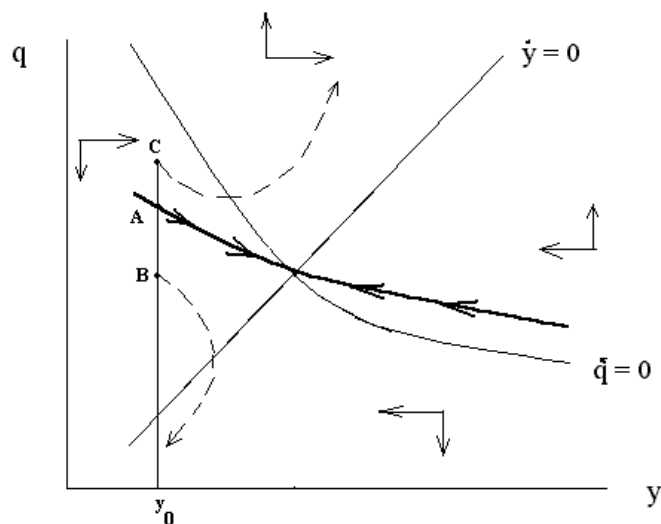


Figura 2

Per giustificare economicamente la pendenza negativa del *saddle path*, consideriamo ancora il punto  $A$ , in cui l'output  $y_0$  è inferiore al livello di equilibrio

<sup>7</sup>In base alle leggi di movimento di  $y$  e  $q$  date dalla (1.5) e dalla (1.3), le variazioni sono più ampie quanto maggiore è, rispettivamente, il divario tra domanda di beni e produzione ( $y^D - y$ ) e la differenza fra tasso di interesse e componente del rendimento azionario legata ai dividendi ( $r - \frac{\pi}{q}$ ).

<sup>8</sup>Analiticamente, le proprietà dinamiche di  $y$  e  $q$  nei punti al di fuori delle curve  $\dot{y} = 0$  e  $\dot{q} = 0$  e le inclinazioni relative delle curve stesse garantiscono l'esistenza di un solo percorso di equilibrio convergente all'equilibrio stazionario del sistema.

stazionario. Il corrispondente livello di  $q$  sul *saddle path* è più elevato del livello di  $q$  sulla relazione stazionaria  $\dot{y} = 0$  sempre in corrispondenza di  $y_0$ . Di conseguenza, si verifica un eccesso di domanda di beni dovuta ad un elevato livello di investimenti e la produzione aumenta gradualmente verso il suo livello di equilibrio stazionario. All'aumentare di  $y$ , anche la domanda di moneta aumenta e, con un'offerta di moneta fissa, il tasso di interesse  $r$  è spinto verso l'alto. Il livello delle quotazioni azionarie  $q$  sconta l'andamento futuro sia della produzione (e quindi dei profitti e dei dividendi) sia dei tassi di interesse. Il primo effetto spinge  $q$  ad aumentare, mentre l'effetto "tasso di interesse" tende a ridurre il livello; sotto la nostra precedente ipotesi sulla prevalenza dell'effetto legato al tasso di interesse,  $q$  diminuisce nel tempo come indicato dall'inclinazione negativa del *saddle path*, fino a raggiungere il proprio livello di equilibrio stazionario. Formalmente, l'andamento di  $q$  in ogni istante di tempo  $t_0$  può essere ricavato risolvendo l'equazione differenziale (1.3) "in avanti" (*forward*) come illustrato nella Sezione 4 degli Appunti (2). Dopo avere imposto la condizione

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \pi(t) e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} = 0$$

che assicura la convergenza ad un equilibrio stazionario, il valore di  $q(t_0)$  può essere espresso come valore attuale dei flussi futuri di dividendi:

$$q(t_0) = \int_{t_0}^{\infty} \pi(t) e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} dt \quad (1.8)$$

Sono quindi evidenti le due determinanti dei movimenti di  $q$  nel tempo: l'aumento del reddito genera un aumento dei dividendi  $\pi$  con effetto positivo su  $q$ , mentre l'aumento di  $r$  ha un effetto negativo, aumentando il fattore di sconto dei dividendi futuri (nel continuo dato dalla funzione esponenziale negativa  $e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds}$ ).

Avendo a disposizione un modello completamente dinamico dell'economia, è ora possibile analizzare gli effetti di provvedimenti di politica economica su produzione, quotazioni azionarie e tasso di interesse. Le caratteristiche dell'aggiustamento nel tempo dell'output e del livello di  $q$ , descritto dalle due equazioni dinamiche (1.5) e (1.3), sono fondamentalmente diverse. Mentre, come accennato in precedenza, la produzione reagisce solo gradualmente ad un disequilibrio fra offerta e domanda di beni, l'attribuzione agli agenti di aspettative razionali (ovvero, in assenza di elementi stocastici nel modello, di perfetta previsione), fa sì che il prezzo delle azioni  $q$  assuma le caratteristiche di una variabile *forward-looking*, che risponde a variazioni previste nel tasso a breve  $r$  e nel livello della produzione  $y$  lungo un orizzonte futuro che si estende all'infinito.  $q$  può quindi mostrare aggiustamenti discreti ("istantanei") in risposta ad avvenimenti o notizie che mutano l'andamento dei tassi a breve e dell'output atteso per il futuro, ad esempio per

effetto di provvedimenti (effettivamente attuati o solo annunciati per il futuro) di politica monetaria e fiscale.

#### 1.4. Effetti delle politiche economiche

Nel valutare gli effetti di provvedimenti di politica economica, dal momento che gli agenti sono dotati di aspettative razionali, e quindi considerano tutte le informazioni in loro possesso per prevedere l'andamento futuro delle variabili macroeconomiche rilevanti, sono di cruciale importanza il carattere inatteso o annunciato del provvedimento e la sua durata, permanente o transitoria. Nel seguito mostriamo l'analisi dinamica dell'andamento di output, tasso di interesse e quotazioni azionarie in risposta ad una manovra di politica monetaria e ad una di politica fiscale.

##### 1.4.1. Politica monetaria

Consideriamo il caso di un provvedimento *restrittivo* di politica monetaria, attuato mediante una riduzione *permanente* della quantità di moneta  $m$  al tempo  $t_0$  in modo *inatteso* dagli agenti. Fino a  $t_0$  l'economia si trova in un equilibrio stazionario nel punto  $A$  della Figura 3(a). Per determinare la nuova situazione di equilibrio stazionario dell'economia corrispondente alla minore quantità di moneta, notiamo che una riduzione dello *stock* di moneta  $m$  lascia invariata la posizione della curva  $\dot{y} = 0$  mentre influenza la posizione della curva  $\dot{q} = 0$ , determinandone uno spostamento verso il basso.<sup>9</sup> La nuova situazione di equilibrio stazionario per l'economia si determina quindi nel punto  $C$  in figura: nel lungo periodo, quindi, una restrizione monetaria provoca una riduzione del reddito e del livello delle quotazioni azionarie; inoltre, come nella versione statica del modello  $IS - LM$ , la restrizione monetaria determina anche un aumento del tasso di interesse.

Nella Figura 3(a) è anche riportato il percorso di aggiustamento dinamico convergente al nuovo equilibrio stazionario in  $C$  lungo il *saddle path* che rappresenta l'unico percorso dinamico "stabile", coerente cioè con il raggiungimento dell'equilibrio stazionario nel lungo periodo. Cerchiamo ora di descrivere le caratteristiche della dinamica che porta l'economia dalla situazione iniziale all'equilibrio stazionario finale.

---

<sup>9</sup>Formalmente, dalla (1.7), si nota che

$$\left. \frac{\partial q}{\partial m} \right|_{\dot{q}=0} > 0$$

mentre  $m$  non compare nell'equazione stazionaria  $\dot{y} = 0$  (1.6).

In  $t_0$ , a fronte della riduzione di  $m$ , con la produzione ancora ferma al livello iniziale  $y(t_0)$ , il tasso di interesse a breve  $r$  aumenta per ristabilire l'equilibrio sul mercato monetario, secondo l'equazione di equilibrio (1.2). Per ristabilire la condizione di assenza di arbitraggio fra titoli ed azioni, il livello delle quotazioni azionarie diminuisce in  $t_0$  fino a portarsi (punto  $B$ ) sul percorso di aggiustamento convergente al nuovo equilibrio. Da  $t_0$  in poi la dinamica delle variabili seguirà il *saddle path* indicato in figura, con output in diminuzione e quotazioni azionarie in aumento da  $B$  a  $C$ . Un livello di  $q(t_0)$  inferiore a quello nell'equilibrio iniziale provoca una riduzione degli investimenti e della domanda aggregata di beni, con una graduale diminuzione della produzione. Anche il tasso di interesse, dopo l'aumento in  $t_0$  a fronte della riduzione dello *stock* di moneta, tende a diminuire data la minore domanda di moneta. Il percorso dinamico di tutte le variabili è rappresentato nella Figura 3(b).

Gli andamenti dell'output (da cui dipendono profitti e dividendi) e del tasso di interesse in  $t_0$  e durante il successivo percorso di aggiustamento permettono di spiegare la dinamica delle quotazioni azionarie  $q$ . In presenza di agenti *forward-looking* perfettamente razionali, il valore di  $q$  sconta già in  $t_0$ , quando ha luogo l'*inattesa* restrizione monetaria, il percorso futuro di  $y$  (e  $\pi$ ) e di  $r$ . In  $t_0$  gli agenti intuiscono che, da quel momento in poi il tasso di interesse sarà sempre più elevato rispetto al livello prevalente nell'equilibrio iniziale (punto  $A$ ), mentre output e dividendi saranno sempre più bassi. Entrambi gli effetti contribuiscono a ridurre il livello di  $q(t_0)$  compatibile con l'uguaglianza dei rendimenti: come si può vedere dalla (1.8), infatti, livelli di profitti più bassi e tassi di interesse (a cui tali profitti sono scontati) più elevati determinano un livello di  $q$  più basso immediatamente al momento della restrizione monetaria (punto  $B$ ). Durante il processo di aggiustamento (lungo il *saddle path* da  $B$  a  $C$ ), pur in presenza di un output decrescente nel tempo, l'effetto (per ipotesi dominante) di tassi di interesse in discesa fa salire le quotazioni azionarie verso il livello finale di equilibrio stazionario. Durante questo percorso dinamico  $\dot{q} > 0$ , quindi vi sono guadagni in conto capitale che garantiscono l'uguaglianza dei rendimenti di azioni e titoli.

In questo modello, quindi, gli effetti della politica monetaria restrittiva sono caratterizzati non solo nel lungo periodo (aumento dei tassi di interesse, riduzione delle quotazioni azionarie e della produzione), ma anche nel percorso dinamico seguito dalle variabili, che in alcuni casi mostrano inversioni di tendenza. Infatti, sia il tasso di interesse sia il livello delle quotazioni azionarie hanno una reazione immediata alla restrizione monetaria che porta i valori di  $r$  e di  $q$  rispettivamente al di sopra e al di sotto dei loro livelli di equilibrio stazionario finale. Dopo il primo impatto in  $t_0$ , durante la graduale discesa della produzione, si osservano tassi di interesse in discesa e quotazioni azionarie in aumento, comportamento questo che sarebbe difficile spiegare in assenza di operatori dotati di aspettative

razionali.

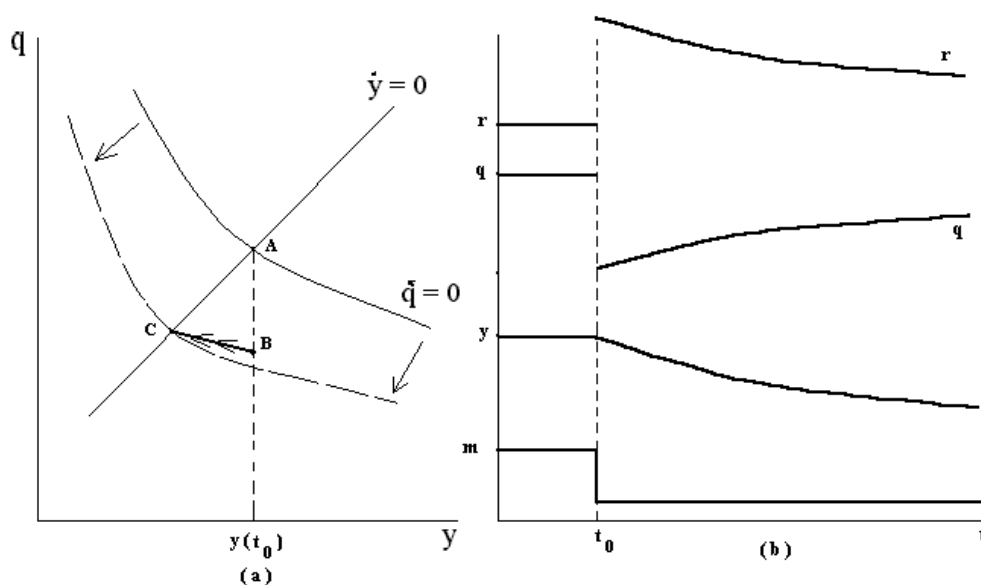


Figura 3

### 1.4.2. Politica fiscale

Supponiamo ora che, al tempo  $t_0$ , venga *annunciato* un provvedimento futuro di politica fiscale *restrittiva* consistente in una riduzione della spesa pubblica dal livello iniziale  $g_0$  ad un livello minore  $g_1$  a partire dal tempo  $t_1 > t_0$ . Viene anche annunciato che la restrizione fiscale avrà natura *permanente*.

Gli effetti di questo provvedimento annunciato di politica fiscale sull'equilibrio stazionario dell'economia sono quelli noti dal modello *IS - LM* statico: la produzione e il tasso di interesse saranno inferiori. Entrambe queste variazioni influenzano il livello di  $q$  nell'equilibrio stazionario finale: l'output inferiore determina minori dividendi e tende a deprimere le quotazioni azionarie, mentre il tasso di interesse più basso provoca un rialzo di  $q$ . Nuovamente, l'ipotesi di prevalenza dell'effetto del tasso di interesse su  $q$  ne giustifica un livello più elevato nell'equilibrio finale. In termini delle curve stazionarie, solo la posizione della curva  $\dot{y} = 0$  è interessata da variazioni di  $g$ : a partire dalla data futura  $t_1$ , in cui il provvedimento di politica fiscale viene effettivamente attuato, la curva si sposta verso l'alto lungo una curva  $\dot{q} = 0$  invariata, portando ad un minore livello di produzione e a più elevate quotazioni azionarie in *steady state*, come mostrato nella Figura 4(a) nel punto  $D$ .

Per caratterizzare la dinamica di aggiustamento dell'economia, notiamo innanzitutto che, dal tempo  $t_1$  in poi, non vi è più nessun movimento nelle variabili esogene (in particolare  $g$ ): per ottenere la convergenza all'equilibrio stazionario finale, il sistema deve quindi trovarsi in  $t_1$  sul *saddle path* che rappresenta l'unico percorso convergente. Quindi, da  $t_1$  in poi, lungo il percorso di sella indicato in figura dal punto  $C$  al punto  $D$ , la produzione scende (dal momento che la diminuita spesa pubblica determina una riduzione della domanda aggregata al di sotto della produzione corrente) e le quotazioni azionarie aumentano (a causa dell'effetto prevalente dovuto alla diminuzione del tasso di interesse che accompagna la discesa dell'output).

Qual è la dinamica dal momento dell'annuncio ( $t_0$ ) all'attuazione del provvedimento in  $t_1$ ? In  $t_0$ , quando la manovra futura di politica fiscale è annunciata, gli investitori sul mercato azionario sono in grado di prevedere tassi di interesse futuri più bassi (insieme a dividendi anch'essi più bassi, ma quest'ultimo effetto è relativamente più debole); di conseguenza, essi tendono ad aumentare immediatamente la quota di azioni in portafoglio, provocando un aumento della domanda di azioni e delle quotazioni. Ciò determina l'aumento immediato di  $q$  già al momento dell'annuncio in  $t_0$ , come mostrato dal punto  $B$  in figura. La dinamica successiva, da  $t_0$  a  $t_1$ , rispetta le equazioni dinamiche (1.5) e (1.3) riferite alle curve stazionarie valide per il periodo che intercorre fra l'annuncio e l'attuazione della politica fiscale (cioè la curva  $\dot{q} = 0$  -la cui posizione rimane invariata- e la curva  $\dot{y} = 0$  iniziale). In  $B$ , l'aumento di  $q$  stimola gli investimenti, determinando un eccesso di domanda sul mercato dei beni: da  $t_0$ , quindi, la produzione inizia gradualmente ad aumentare insieme al tasso di interesse (per l'aumento della domanda di moneta). L'aggiustamento dinamico di  $y$  e  $q$  è tale da portare il sistema, quando in  $t_1$  la riduzione della spesa pubblica è attuata (e la curva  $\dot{y} = 0$  si sposta verso l'alto), nel punto  $C$ , cioè esattamente sul percorso di sella convergente all'equilibrio finale. In  $t_1$  la domanda aggregata di beni si riduce e la produzione inizia a decrescere insieme al tasso di interesse, mentre le quotazioni azionarie continuano ad aumentare.

In conclusione, effetti apparentemente “perversi” della politica fiscale (come l'aumento di investimenti e output a seguito di un annuncio di una futura *restrizione* fiscale) trovano una possibile spiegazione nella natura *forward-looking* delle quotazioni azionarie, che anticipano la futura diminuzione del tasso di interesse. La Figura 4(b) riassume l'andamento nel tempo delle principali variabili del modello.

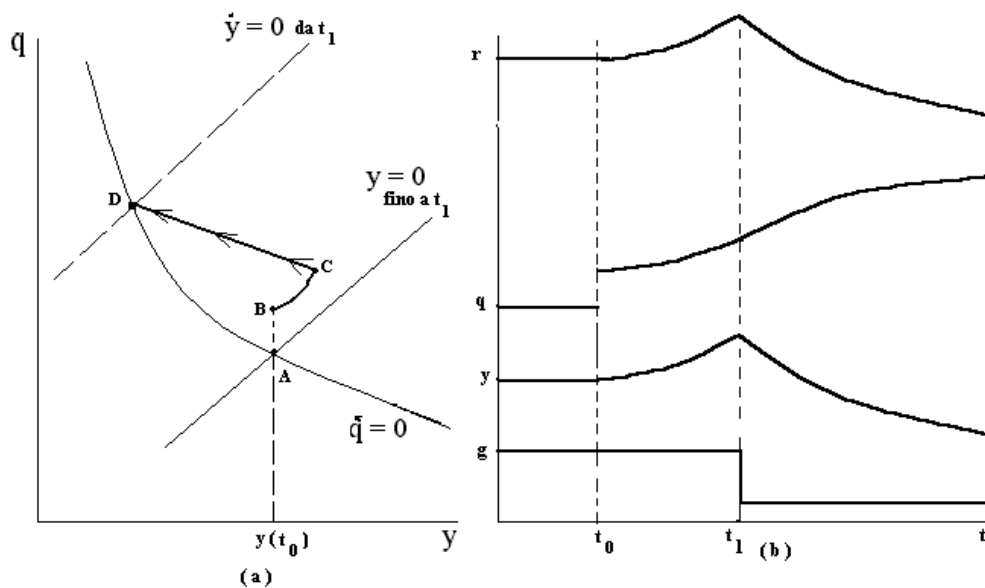


Figura 4

## 2. Dinamica del tasso di cambio e aspettative (Dornbusch 1976)

Le ampie fluttuazioni osservate nell'andamento dei tassi di cambio (nominali e reali) in regime di cambi flessibili in particolare negli anni '70 hanno motivato l'analisi di semplici modelli macroeconomici dinamici in cui il tasso di cambio è determinato da relazioni di equilibrio sui mercati finanziari in presenza di operatori dotati di aspettative razionali. In questa sezione presentiamo una versione del più importante fra questi modelli, dovuto a R. Dornbusch (*Journal of Political Economy*, 1976), in cui si dimostra il risultato comunemente noto come *overshooting* del tasso di cambio in risposta a provvedimenti inattesi di politica monetaria.

Le caratteristiche principali del modello sono le seguenti:

- (i) l'economia analizzata è quella di un paese aperto agli scambi con l'estero, relativamente "piccolo" rispetto al resto del mondo, in regime di cambi flessibili e con perfetta mobilità dei capitali finanziari;
- (ii) sui mercati delle attività finanziarie (titoli denominati in valuta locale e titoli esteri) vale la relazione di "parità scoperta dei tassi di interesse" (*uncovered interest rate parity*) e gli agenti formano le necessarie aspettative sull'andamento futuro del tasso di cambio in modo razionale;

(iii) mentre il livello del tasso di cambio, perfettamente flessibile, garantisce in ogni momento l'equilibrio sui mercati delle attività finanziarie, il livello dei prezzi dei beni, pur non essendo fisso (come nello schema semplice  $IS - LM$  e nel modello di Blanchard), si aggiusta solo gradualmente in risposta a deviazioni della produzione dal suo livello "naturale". Viene quindi introdotta nel modello una rigidità nominale sotto forma di maggior lentezza di aggiustamento dei prezzi dei beni rispetto al tasso di cambio.

Nel seguito è specificata la struttura formale dell'economia che mostra le caratteristiche sopra ricordate e vengono illustrate le proprietà dinamiche delle variabili (in particolare output, tasso di interesse e tasso di cambio) a fronte di provvedimenti di politica fiscale e monetaria.

## 2.1. La struttura dell'economia

Il modello è analizzato nel continuo: tutte le variabili sono quindi funzioni del tempo  $t$  (per semplicità di notazione, tale dipendenza funzionale non sarà esplicitata nelle equazioni che seguono). Inoltre, tutte le variabili, ad eccezione dei tassi di interesse, sono da intendersi in logaritmo.

Nel *mercato dei beni*, la produzione è determinata dalla domanda aggregata secondo la relazione:

$$y = -\alpha r + \beta (e + p^* - p) + \gamma g \quad (2.1)$$

in cui sono evidenziate tre determinanti della domanda: il tasso di interesse nominale  $r$ , il tasso di cambio reale  $e + p^* - p$  e il livello della spesa pubblica  $g$ . In presenza di prezzi dei beni non fissi, l'introduzione del tasso di interesse nominale al posto di quello reale ( $r - \dot{p}$ ) come determinante (negativa) della domanda è giustificabile solo come semplificazione analitica, che non altera le conclusioni del modello. Il tasso di cambio reale è definito come rapporto fra il livello dei prezzi dei beni esteri misurato in valuta interna (pari al tasso di cambio nominale  $E$  moltiplicato per il livello dei prezzi all'estero  $P^*$ , supposto costante) e il livello dei prezzi interni  $P$ : quindi  $\frac{EP^*}{P}$ , in logaritmi  $e + p^* - p$ . Una aumento del tasso di cambio reale corrisponde ad un deprezzamento della valuta nazionale con l'effetto di aumentare le esportazioni e diminuire le importazioni: l'effetto complessivo sulla domanda aggregata è quindi positivo ( $\beta > 0$ ).

Sul *mercato della moneta*, vale la consueta relazione di equilibrio fra domanda (determinata dal reddito  $y$  e dal tasso di interesse sui titoli nazionali  $r$ ) e offerta di moneta:

$$m - p = h_1 y - h_2 r \quad (2.2)$$

Il *livello dei prezzi*  $p$  varia nel tempo gradualmente in risposta ad eventuali deviazioni della produzione corrente  $y$  dal suo livello “naturale”  $\bar{y}$ , secondo la relazione dinamica:

$$\dot{p} = \theta (y - \bar{y}) \quad (2.3)$$

Un livello di produzione corrente al di sopra del livello naturale spinge ad un aumento graduale (dato che si assume  $0 < \theta < \infty$ ) dei prezzi, mentre un livello di  $y$  al di sotto di  $\bar{y}$  determina una graduale diminuzione di  $p$ .<sup>10</sup>

Infine, la condizione di equilibrio sui *mercati delle attività finanziarie*, costituite da titoli nazionali e titoli esteri, è data da una condizione di assenza di arbitraggio nota come *uncovered interest rate parity*:

$$r = r^* + \dot{e}^e \quad (2.4)$$

dove  $r$  e  $r^*$  sono i tassi di interesse rispettivamente sui titoli nazionali e su quelli esteri e  $\dot{e}^e$  rappresenta la variazione attesa del tasso di cambio. Assumendo che l'unica differenza fra i titoli sia la valuta in cui sono denominati e che gli operatori siano neutrali al rischio (e quindi considerino solo i valori attesi dei rendimenti e non la loro variabilità nel prendere decisioni di allocazione del portafoglio), in equilibrio il tasso di rendimento, misurato in valuta nazionale, sui due tipi di titoli deve essere identico. Nel caso dei titoli nazionali il rendimento è semplicemente  $r$ , mentre per i titoli esteri, al tasso  $r^*$  (supposto costante) si deve aggiungere il deprezzamento atteso  $\dot{e}^e$ . Un differenziale di interesse a favore dei titoli nazionali ( $r > r^*$ ) può essere compatibile con l'assenza di arbitraggio sui mercati solo se ad esso corrisponde un deprezzamento atteso della valuta nazionale nei confronti di quella estera ( $\dot{e}^e > 0$ ) e viceversa in caso di differenziale di interesse favorevole ai titoli esteri. Operazioni immediate di arbitraggio fra le valute (rese possibili dall'assunzione di perfetta mobilità dei capitali) assicurano il rispetto della relazione di equilibrio (2.4) in ogni momento. Le aspettative degli operatori sono formate in modo *razionale* e, dal momento che nella versione del modello qui considerata (come nell'originale versione di Dornbusch 1976) non si introducono elementi stocastici, tale ipotesi coincide con quella di *perfect foresight*; possiamo quindi imporre nella (2.4):

$$\dot{e}^e = \dot{e} \quad (2.5)$$

Utilizzando le equazioni (2.1)-(2.5) siamo ora in grado di caratterizzare l'equilibrio di stato stazionario dell'economia (*steady-state*) e la dinamica di aggiustamento di tutte le variabili in risposta a variazioni nelle componenti esogene (le

---

<sup>10</sup>Questa ipotesi sull'andamento del livello dei prezzi corrisponde al caso di aggiustamento di breve periodo della produzione analizzato da Dornbusch (1976) nell'ultima sezione del lavoro. Il modello principale contiene invece l'ipotesi più forte di produzione fissa al livello naturale.

due variabili manovrate dalla politica economica,  $m$  e  $g$ , e le variabili estere  $p^*$  e  $r^*$ ).

## 2.2. Equilibrio stazionario

Le proprietà dell'economia in equilibrio stazionario sono facilmente ricavate ipotizzando che tutti gli aggiustamenti dinamici delle variabili si siano esauriti: non vi sono quindi ulteriori variazioni dei prezzi ( $\dot{p} = 0$ ) e del tasso di cambio ( $\dot{e} = 0$ ). Imponendo queste condizioni nella (2.3) e nella (2.4) possiamo ricavare i livelli di tutte le variabili in equilibrio stazionario, situazione che rappresenta il lungo periodo dell'economia.

Come immediata implicazione dell'annullamento della dinamica di prezzi e tasso di cambio otteniamo:

$$\dot{p} = 0 \Rightarrow y = \bar{y} \quad (2.6)$$

$$\dot{e} = 0 \Rightarrow r = r^* \quad (2.7)$$

I valori di lungo periodo delle variabili nominali  $p$  e  $e$  si trovano utilizzando l'equazione di equilibrio sul mercato della moneta e l'equazione di domanda aggregata (entrambe con  $r = r^*$  e  $y = \bar{y}$ ), ottenendo:

$$p = m - h_1 \bar{y} + h_2 r^* \quad (2.8)$$

$$e = p - p^* - \frac{1}{\beta} \bar{y} + \frac{\alpha}{\beta} r^* - \frac{\gamma}{\beta} g \quad (2.9)$$

I livelli di  $p$  ed  $e$  sono quindi proporzionali alla quantità offerta di moneta nominale  $m$ : una variazione di  $m$  pari a  $dm$  (che nel modello corrisponde ad una manovra di politica monetaria) determina nel lungo periodo solo una proporzionale variazione del livello dei prezzi e del tasso di cambio nominale ( $dp = de = dm$ ), lasciando invariati l'output, il tasso di interesse e il tasso di cambio reale. Nel lungo periodo l'economia possiede quindi la proprietà di *neutralità della moneta*.

Anche un provvedimento di politica fiscale, dato da una variazione della spesa pubblica pari a  $dg$ , non provoca nel lungo periodo alcuna variazione della produzione e del tasso di interesse. Inoltre, dall'equazione (2.8), si vede che il livello dei prezzi  $p$  non è influenzato nel lungo periodo dalla politica fiscale. Ciò che varia è invece il tasso di cambio  $e$ : dalla (2.9) abbiamo  $de = -\frac{\gamma}{\beta} dg$ ; inoltre, data l'indipendenza di  $p$  da  $g$ , anche il tasso di cambio reale varia nella stessa proporzione di quello nominale. Una manovra di politica fiscale, quindi, pur non potendo far variare la produzione nel lungo periodo, ne altera la composizione: ad una maggiore spesa pubblica corrisponde (a causa dell'apprezzamento della valuta nazionale) una minore componente estera (esportazioni nette).

### 2.3. Dinamica

Analizziamo ora la dinamica delle variabili al di fuori dello *steady-state*. A tal fine utilizziamo le due equazioni dinamiche che descrivono l'aggiustamento nel tempo dei prezzi (2.3) e del tasso di cambio (2.4), analizzandole separatamente ed ottenendo due relazioni stazionarie fra  $e$  e  $p$ , rappresentabili poi graficamente in un diagramma di fase nel piano  $(e, p)$ .

Cominciando dall'*equazione stazionaria per il livello dei prezzi*  $p$ , ponendo  $\dot{p} = 0$  nella (2.3) e utilizzando l'equazione di equilibrio sul mercato monetario (2.2) per eliminare il tasso di interesse  $r$  nell'equazione della produzione (con  $y = \bar{y}$ ) si ottiene:

$$\bar{y} = \beta(e + p^* - p) - \alpha \frac{h_1}{h_2} \bar{y} + \frac{\alpha}{h_2} (m - p) + \gamma g$$

da cui si ricava la seguente relazione fra  $e$  e  $p$ :

$$\dot{p} = 0 \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\beta h_2 + \alpha}{\beta h_2} p - \frac{\alpha}{\beta h_2} m - \frac{\gamma}{\beta} g + \frac{h_2 + \alpha h_1}{\beta h_2} \bar{y} - p^* \quad (2.10)$$

La curva stazionaria per  $p$  è rappresentata in Figura 5(a) da una retta con inclinazione positiva. Lungo tale curva l'output è al livello naturale e il tasso di interesse è al livello che garantisce l'equilibrio sul mercato monetario. Partendo da un punto sulla curva (in cui quindi  $y = \bar{y}$ ), un livello più elevato di  $p$  (a parità di  $e$ ) esercita due effetti negativi sulla produzione: da un lato, attraverso un apprezzamento del tasso di cambio reale, deprime le esportazioni nette; dall'altro, attraverso una riduzione dell'offerta reale di moneta, causa un aumento del tasso di interesse con conseguente riduzione della domanda per investimenti. La produzione tende quindi ad essere inferiore al livello naturale ed un deprezzamento del cambio (un aumento di  $e$ ) è necessario per ristabilire l'uguaglianza  $y = \bar{y}$ : ciò spiega l'inclinazione positiva della curva  $\dot{p} = 0$ .<sup>11</sup>

Fuori dalla relazione stazionaria, il livello di produzione è diverso da quello naturale. In particolare, nei punti al di sopra della curva abbiamo  $y > \bar{y}$  (poiché un aumento di  $e$  a parità di  $p$  stimola la domanda estera provocando un aumento della produzione), con conseguente aumento del livello dei prezzi nel tempo secondo l'equazione (2.3):  $\dot{p} > 0$ , come indicato dalle frecce in Figura 5(a). L'opposto avviene nei punti al di sotto della curva, dove  $y < \bar{y}$  e  $\dot{p} < 0$ . L'ipotesi di aggiustamento graduale dei prezzi a deviazioni di  $y$  dal livello naturale conferisce quindi a

---

<sup>11</sup>Si può anche notare dalla (2.10) che l'inclinazione è maggiore di 1 se  $\alpha > 0$ . In caso di  $\alpha = 0$ , infatti, non si verifica il secondo effetto negativo sulla produzione, poiché il tasso di interesse non influenza  $y$ , e la variazione necessaria del tasso di cambio è semplicemente proporzionale a quella di  $p$ : l'inclinazione della retta in questo caso è unitaria.

$p$  la natura di variabile *predeterminata*, con dinamica che tende a riportarsi verso la propria curva stazionaria e senza possibilità di variazioni istantanee discrete in risposta a eventi inattesi.

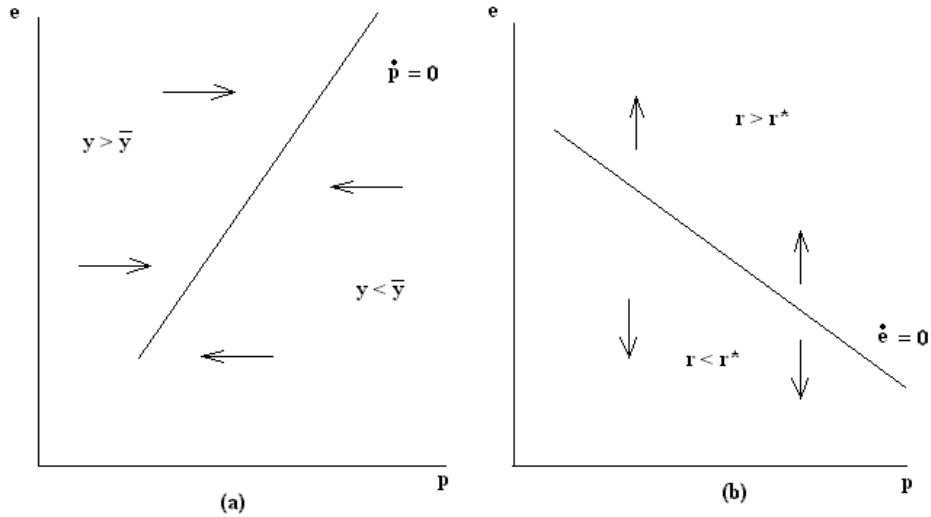


Figura 5

Il procedimento per ottenere l'*equazione stazionaria per il tasso di cambio* e inizia ponendo  $\dot{e} = 0$  nella (2.4) e utilizzando nuovamente l'equazione di equilibrio sul mercato della moneta (2.2) per eliminare il tasso di interesse  $r$ ; il risultato è la seguente equazione:

$$\frac{h_1}{h_2}y - \frac{1}{h_2}(m - p) = r^*$$

Sostituendo l'espressione della domanda aggregata (2.1), con  $r = r^*$ , al posto di  $y$  e riordinando i termini otteniamo la seconda relazione fra tasso di cambio e prezzi:

$$\dot{e} = 0 \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\beta h_1 - 1}{\beta h_1} p + \frac{1}{\beta h_1} m - \frac{\gamma}{\beta} g + \frac{h_2 + \alpha h_1}{\beta h_1} r^* - p^* \quad (2.11)$$

Lungo questa curva i tassi di interesse interno ed estero sono uguali ( $r = r^*$ ) e il mercato della moneta è in equilibrio. Contrariamente alla  $\dot{p} = 0$ , in questo caso l'inclinazione della curva  $\dot{e} = 0$  dipende dal segno del coefficiente su  $p$ :

$$\left. \frac{de}{dp} \right|_{\dot{e}=0} = \frac{\beta h_1 - 1}{\beta h_1} \geq 0 \quad \text{se} \quad \beta h_1 \geq 1$$

L'ambiguità nasce dal duplice effetto di un aumento di  $p$  (a parità di  $e$ ) su domanda ed offerta di moneta. Da un lato, attraverso un apprezzamento del tasso di cambio reale che determina una diminuzione di  $y$ , la domanda di moneta si riduce spingendo verso il basso il tasso di interesse  $r$ . Dall'altro lato, l'aumento di  $p$  fa diminuire l'offerta reale di moneta con conseguente tendenza al rialzo di  $r$ . La prevalenza dell'uno o dell'altro effetto determina la pendenza della curva stazionaria per il tasso di cambio. Per procedere, assumiamo che l'effetto prevalente sia quello dell'*offerta* di moneta: un aumento di  $p$  quindi provoca un aumento del tasso di interesse  $r$  con conseguente necessaria riduzione di  $e$  per riportare  $r$  alla condizione di uguaglianza con il tasso estero  $r^*$  (attraverso l'apprezzamento del cambio reale e la conseguente diminuzione di  $y$  e della domanda di moneta). Nella nostra analisi seguente, quindi, assumiamo  $\beta h_1 < 1$  e rappresentiamo la curva  $\dot{e} = 0$  inclinata negativamente nel grafico in Figura 5(b).<sup>12</sup> Fuori dalla curva stazionaria, la condizione di non arbitraggio (*uncovered interest rate parity*) è sempre verificata ma con un differenziale di interesse e quindi con una variazione attesa del tasso di cambio. Nei punti sopra la curva  $r > r^*$  (poichè un aumento di  $e$  a parità di  $p$  determina un aumento della produzione e della domanda di moneta), e quindi è necessario un deprezzamento atteso del cambio per ristabilire la condizione di equilibrio:  $\dot{e} > 0$ , come mostrato dalle frecce direzionate verso l'alto in figura. L'opposto accade per i punti al di sotto della curva, in cui  $r < r^*$  e il tasso di cambio tende ad apprezzarsi nel tempo,  $\dot{e} < 0$ .

Ora, sovrapponendo i due grafici della Figura 5 otteniamo, come nel caso del modello di Blanchard (1981), il diagramma di fase, rappresentato nella Figura 6, che descrive la dinamica dell'intera economia per ogni punto del piano  $(e, p)$ . L'equilibrio stazionario, in cui il livello dei prezzi e il tasso di cambio sono costanti nel tempo, la produzione è al livello naturale e il differenziale fra tasso di interesse interno ed estero è nullo, è identificato dall'intersezione delle due curve stazionarie (2.10) e (2.11). Le frecce di movimento descrivono, per ogni regione del grafico definita dalle due curve, l'effetto congiunto delle tendenze dinamiche di  $p$  e  $e$  già illustrate nella Figura 5. Come nel caso del modello di Blanchard, nelle regioni al di sopra e al di sotto del punto di equilibrio stazionario, l'andamento dinamico indica un progressivo allontanamento dall'equilibrio stesso: tali percorsi non convergenti sono difficilmente interpretabili dal punto di vista economico. Inoltre, anche partendo da punti situati nelle due regioni alla destra e alla sinistra dell'equilibrio stazionario (come i punti  $B$  e  $C$  nella Figura 6) e seguendo la dinamica delle due variabili, è possibile "sconfinare" in una delle sezioni "instabili" del grafico, in cui nuovamente l'economia si trova su un percorso dinamico non con-

---

<sup>12</sup>Nella versione originale di Dornbusch (1976), l'ipotesi di produzione fissa al livello naturale comporta un'inclinazione negativa della curva stazionaria per il tasso di cambio senza l'introduzione di assunzioni aggiuntive sui parametri del modello.

vergente all'equilibrio stazionario. Ciò succede quando la traiettoria del sistema attraversa (verticalmente) la curva  $\dot{p} = 0$  oppure (orizzontalmente) la curva  $\dot{e} = 0$ . Tuttavia, sempre partendo dalle regioni a sinistra e a destra rispetto all'equilibrio, è possibile individuare una coppia di percorsi dinamici che si dirigono, a velocità decrescente,<sup>13</sup> verso di esso senza mai incontrare le due curve stazionarie. Tutti i punti su queste traiettorie sono compatibili con la convergenza all'equilibrio stazionario e costituiscono il percorso di sella (*saddle path*) del sistema dinamico. Per ogni livello dei prezzi  $p$ , un solo livello del tasso di cambio  $e$  pone il sistema su una traiettoria convergente all'equilibrio stazionario. Ad esempio, dato un livello di  $p$  pari a  $p_0$ , inferiore al livello di equilibrio stazionario, solo un tasso di cambio corrispondente al punto  $A$  nella Figura 6 consente alla dinamica successiva del sistema di convergere all'equilibrio stazionario. Ogni altro livello di  $e$  (ad esempio quelli corrispondenti ai punti  $B$  e  $C$  in figura) implicherebbe una dinamica successiva del livello dei prezzi e del tasso di cambio di tipo esplosivo, con un allontanamento crescente dall'equilibrio stesso.<sup>14</sup> Anche in questo caso, nel seguito considereremo solo percorsi dinamici "stabili", cioè convergenti all'unico equilibrio stazionario ammesso dal sistema.

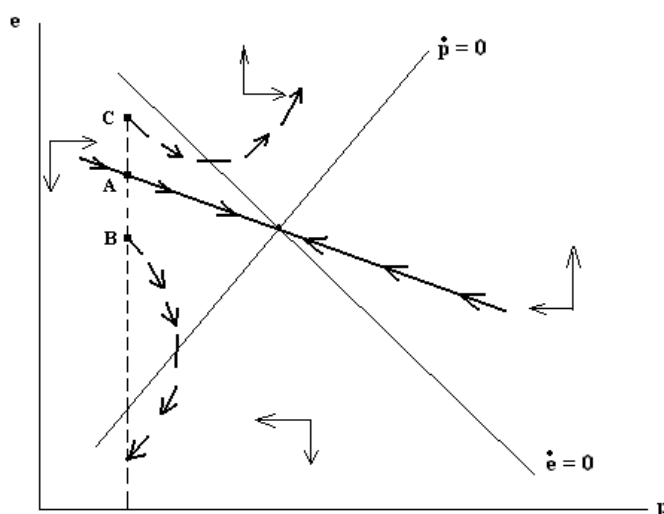


Figura 6

<sup>13</sup>In base alle leggi di movimento di  $p$  e  $e$  date dalla (2.3) e dalla (2.4), le variazioni sono più ampie quanto maggiore è, rispettivamente, il divario tra livello corrente e livello naturale di produzione ( $y - \bar{y}$ ) e la differenza fra tasso di interesse interno ed estero ( $r - r^*$ ).

<sup>14</sup>Anche nel modello qui analizzato, le proprietà dinamiche di  $p$  e  $e$  nei punti al di fuori delle curve  $\dot{p} = 0$  e  $\dot{e} = 0$  e le inclinazioni relative delle curve stesse garantiscono l'esistenza di un solo percorso di equilibrio convergente all'equilibrio stazionario del sistema.

L'andamento dell'economia descritto dal *saddle path* può essere interpretato nel modo seguente, con riferimento al punto  $A$  in Figura 6, a cui corrisponde una situazione in cui  $y > \bar{y}$  e  $r < r^*$ . Un livello di produzione maggiore di  $\bar{y}$  spinge i prezzi ad aumentare, mentre un differenziale di interesse a favore delle attività estere determina un apprezzamento del tasso di cambio nominale. Congiuntamente, tali effetti causano un apprezzamento del tasso di cambio reale, che deprime la produzione e tende a riportarla verso  $\bar{y}$ . Inoltre, l'aumento di  $p$  riduce l'offerta reale di moneta e provoca un aumento del tasso di interesse interno, con conseguente riduzione del differenziale con il tasso estero. Proseguendo lungo il *saddle path*, la deviazione di  $y$  da  $\bar{y}$  e di  $r$  da  $r^*$  diminuiscono gradualmente e variazioni sempre minori di  $p$  ed  $e$  sono necessarie per condurre l'economia all'equilibrio stazionario.

Avendo completamente caratterizzato la dinamica dell'economia, possiamo analizzare gli effetti di provvedimenti di politica economica su produzione, prezzi, tasso di interesse e tasso di cambio. Nel modello di Dornbusch le caratteristiche dell'aggiustamento nel tempo del livello dei prezzi e del tasso di cambio descritte dalle equazioni dinamiche (2.3) e (2.4), sono profondamente diverse: mentre i prezzi reagiscono solo gradualmente a deviazioni della produzione dal livello naturale, l'attribuzione di aspettative razionali agli operatori sui mercati finanziari fa sì che il tasso di cambio sia una variabile *forward-looking*, che risponde a variazioni future del differenziale fra tasso di interesse interno ed estero.  $e$  può quindi mostrare aggiustamenti discreti in risposta ad avvenimenti o notizie che mutano l'andamento dei tassi di interesse atteso per il futuro, ad esempio per effetto di provvedimenti (effettivamente attuati o solo annunciati per il futuro) di politica monetaria e fiscale.

## 2.4. Effetti della politica monetaria

Consideriamo il caso di una politica monetaria espansiva, attuata mediante un aumento *permanente* della quantità di moneta  $m$  al tempo  $t_0$  in modo *inatteso* dagli agenti. Fino a  $t_0$  l'economia si trova in un equilibrio stazionario nel punto  $A$  della Figura 7(a). Come sappiamo dall'analisi delle proprietà dell'equilibrio stazionario, nel lungo periodo la moneta è neutrale ed un aumento di  $m$  comporta un uguale aumento di  $p$  ed  $e$ . Graficamente il nuovo punto di equilibrio stazionario è rappresentato da  $C$ . Gli spostamenti delle curve stazionarie causati dall'aumento di  $m$  si possono derivare formalmente dalle equazioni (2.10) e (2.11). Abbiamo:

$$\left. \frac{de}{dm} \right|_{\dot{p}=0} = -\frac{\alpha}{\beta h_2} < 0$$

implicando uno spostamento verso il basso nel grafico della curva stazionaria  $\dot{p} = 0$ ,<sup>15</sup> e

$$\left. \frac{de}{dm} \right|_{\dot{e}=0} = \frac{1}{\beta h_1} > 0$$

implicando uno spostamento verso l'alto della curva  $\dot{e} = 0$ . Nel lungo periodo, quindi, l'espansione monetaria provoca un deprezzamento del tasso di cambio nominale ed un aumento del livello dei prezzi, tali da riportare il tasso di cambio reale ( $e + p^* - p$ ) al suo livello iniziale.

Il percorso dinamico di aggiustamento all'equilibrio stazionario finale segue il *saddle path* evidenziato in Figura 7(a). Durante l'aggiustamento  $e$  diminuisce -un *apprezzamento* del cambio nominale- e  $p$  aumenta gradualmente: entrambi questi effetti provocano un apprezzamento anche del tasso di cambio reale. Al momento dell'attuazione inattesa del provvedimento di politica monetaria ( $t_0$ ), il livello dei prezzi non varia (essendo una variabile predeterminata, non in grado di reagire immediatamente alle eventuali deviazioni dell'output dal suo livello naturale), mentre il tasso di cambio nominale  $e$  si adegua istantaneamente in modo da portarsi al livello indicato dal percorso di sella convergente all'equilibrio stazionario (punto  $B$  in figura). Al momento  $t_0$ , quindi, si verifica un *deprezzamento* del tasso di cambio nominale, che raggiunge un livello più elevato rispetto a quello di lungo periodo (punto  $C$ ): è questo *overshooting* del tasso di cambio il risultato più noto del modello di Dornbusch.

Il deprezzamento del cambio nominale a fronte dell'aumento della quantità di moneta in  $t_0$  si giustifica guardando all'equilibrio sul mercato monetario: con  $p$  ancora fermo al livello iniziale, l'aumento della quantità nominale di moneta determina un aumento anche dell'offerta in termini reali e provoca una pressione al ribasso del tasso di interesse interno  $r$ . Nella scelta fra attività interne ed estere gli investitori preferiranno queste ultime, determinando un deflusso di capitali con conseguente deprezzamento della valuta nazionale (aumento di  $e$ ). L'ammontare del deprezzamento è tale da ristabilire la condizione di assenza di arbitraggio sui mercati finanziari: in presenza di un differenziale di interesse a favore dei titoli esteri ( $r < r^*$ ) solo un *apprezzamento atteso* può assicurare l'uguaglianza dei rendimenti. L'impatto iniziale sul tasso di cambio deve quindi essere tale da generare aspettative di un apprezzamento pari al differenziale di interesse; per questa ragione il tasso di cambio  $e$  aumenta *oltre* il suo livello di lungo periodo, iniziando, dopo  $t_0$ , una graduale discesa (apprezzamento) lungo il percorso

---

<sup>15</sup>Si può notare come, nel caso  $\alpha = 0$ , la curva stazionaria per  $p$  ha inclinazione unitaria e non subisce spostamenti quando  $m$  varia. Gli equilibri stazionari iniziale e finale si trovano sulla medesima curva  $\dot{p} = 0$ .

di sella convergente all'equilibrio. Il risultato di *overshooting* del tasso di cambio è dovuto alla differente velocità di risposta dei prezzi e del tasso di cambio all'espansione monetaria:  $e$  reagisce immediatamente a differenziali di interesse mentre  $p$  si muove solo gradualmente in risposta a deviazioni di  $y$  da  $\bar{y}$ . Se anche il livello dei prezzi fosse in grado di adeguarsi immediatamente alla nuova offerta di moneta nominale avremmo in  $t_0$  un aumento uguale di  $m$ ,  $e$  e  $p$ , e non vi sarebbe alcuna necessità di ulteriori adeguamenti: l'equilibrio di lungo periodo verrebbe raggiunto immediatamente. Con un livello dei prezzi inizialmente fisso, invece, si crea un eccesso di offerta di moneta che deve essere riequilibrato da una discesa del tasso di interesse  $r$ , con conseguente spostamento dei portafogli finanziari e deprezzamento della valuta nazionale di dimensioni tali da assicurare un apprezzamento atteso che compensi il differenziale di interesse a sfavore dei titoli nazionali.

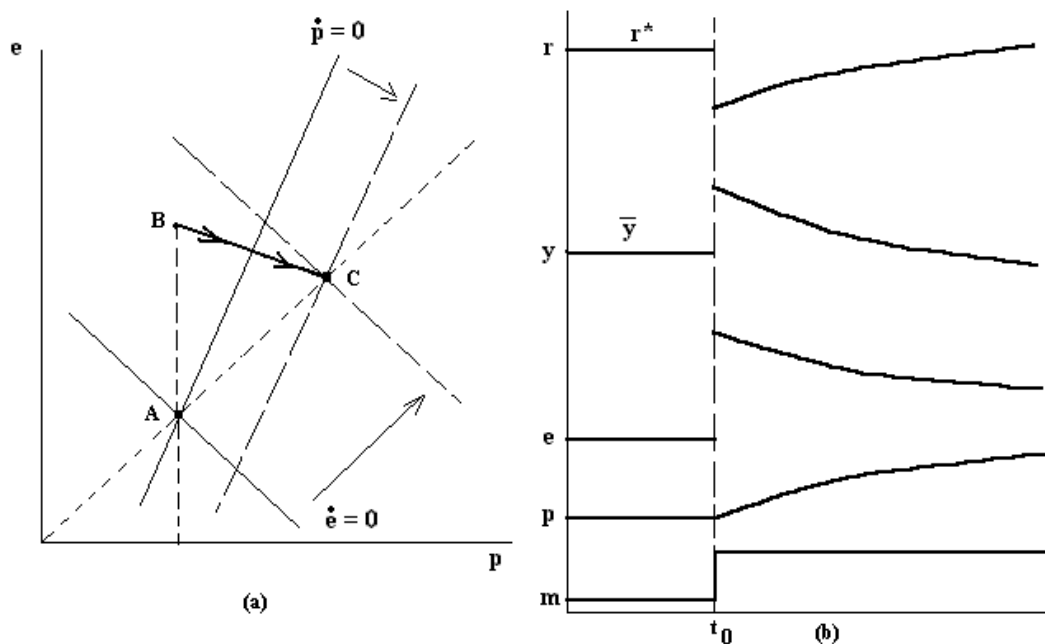


Figura 7

L'andamento di tutte le variabili del modello è descritto graficamente nella Figura 7(b). La produzione è stimolata in  $t_0$  dal deprezzamento del tasso di cambio reale; l'aumento di  $y$  (oltre il suo livello naturale) determina la graduale crescita di  $p$  ed aumenta anche la domanda di moneta: entrambi questi effetti tendono a far salire il tasso di interesse  $r$  verso il suo livello iniziale, eliminando

gradualmente il differenziale con il tasso estero  $r^*$ . Al termine del processo di aggiustamento, la produzione sarà tornata al livello  $\bar{y}$ , con un tasso di cambio reale ed un tasso di interesse anch'essi di nuovo ai livelli iniziali.

Il modello è quindi in grado di spiegare ampie fluttuazioni dei tassi di cambio nominale e reale a fronte di provvedimenti di politica monetaria, caratterizzate da andamenti contrastanti del cambio nel breve e nel lungo periodo (nel nostro esempio, un forte deprezzamento seguito da un graduale apprezzamento protratto nel tempo).

## Esercizi

1. (*Modello IS-LM dinamico con mercato azionario*) Supponete che, contrariamente a quanto ipotizzato nella Sezione 1, azioni e titoli a breve *non* siano perfetti sostituti nei portafogli degli investitori, ma le prime siano percepite come maggiormente rischiose rispetto ai titoli. Gli investitori richiedono quindi, per detenere azioni in portafoglio, un rendimento maggiore di  $r$ : tale “premio per il rischio” è pari a  $\theta_0 > 0$  nell’equilibrio stazionario iniziale dell’economia.
  - (a) Modificate l’equazione di assenza di possibilità di arbitraggio (1.3) introducendo opportunamente il premio al rischio sulle azioni; ricavate poi la nuova curva stazionaria per  $q$  e spiegate l’effetto che su tale curva hanno variazioni di  $\theta$ ;
  - (b) supponete ora che al tempo  $t_0$  si verifichi una riduzione *inattesa e permanente* del premio al rischio sulle azioni, da  $\theta_0$  a  $\theta_1$  (con  $\theta_0 > \theta_1 > 0$ ). Derivate e spiegate l’effetto della variazione di  $\theta$  sull’equilibrio stazionario dell’economia e sulla dinamica di aggiustamento di output, quotazioni azionarie e tasso di interesse.
  
2. (*Modello IS-LM dinamico con mercato azionario*) Nella Sezione 1 si è ipotizzato che l’effetto “tasso di interesse” prevalesse sull’effetto dei dividendi nel determinare variazioni delle quotazioni azionarie. Supponete ora che l’effetto “dividendi” sia invece dominante.
  - (a) Costruite la curva stazionaria per  $q$  ( $\dot{q} = 0$ ) in questo caso e discutete le proprietà dinamiche del sistema sotto la nuova ipotesi;
  - (b) analizzate, sotto la nuova ipotesi, gli effetti della futura restrizione fiscale (annunciata in  $t_0$  e attuata in  $t_1$ ) e confrontate i risultati con quelli ottenuti nella Sezione 1.
  
3. (*Dinamica del tasso di cambio e aspettative*) Partendo dalla versione del modello di Dornbusch descritta nella Sezione 2, assumete ora che valga la seguente relazione fra i parametri:  $\beta h_1 > 1$ .
  - (a) Sotto la nuova ipotesi, caratterizzate graficamente la curva stazionaria per il tasso di cambio e spiegate l’inclinazione;
  - (b) costruite il diagramma di fase del sistema in questo caso, caratterizzando la dinamica di  $e$  e  $p$  nelle varie parti del grafico; individuate il *saddle path* e descrivetene le proprietà economiche;

- (c) riesaminate il caso di un provvedimento inatteso e permanente di politica monetaria espansiva e confrontate l'andamento dinamico delle variabili con quello visto nella Sezione 2, spiegandone le eventuali differenze.

4. (*Dinamica del tasso di cambio e aspettative*) Considerate la seguente versione modificata del modello di Dornbusch:

$$\begin{aligned}
 y^D &= -\alpha r + \beta (e + p^* - \bar{p}) && \text{(domanda aggregata)} \\
 m - \bar{p} &= h_1 y - h_2 r && \text{(equilibrio merc. moneta)} \\
 r &= r^* + \dot{e} && \text{(uncovered interest rate parity)} \\
 \dot{y} &= \varphi (y^D - y) && \text{(aggiustamento produzione)}
 \end{aligned}$$

dove  $y^D$  denota la domanda aggregata di beni. Ora il livello dei prezzi dei beni è fisso ( $\bar{p}$ ), come nel modello *IS - LM*, e la produzione si aggiusta gradualmente nel tempo in risposta ad eccessi di domanda/offerta sul mercato dei beni, come nel modello di Blanchard (1981). L'ipotesi di *perfect foresight* è già stata introdotta nell'equazione di equilibrio sui mercati delle attività finanziarie.

- (a) Analizzate il modello, caratterizzando le proprietà dell'equilibrio stazionario (*steady-state*) e la dinamica delle variabili (in particolare le curve stazionarie e il *saddle path* convergente all'equilibrio di lungo periodo);
- (b) valutate gli effetti dinamici di una politica monetaria espansiva (inattesa e permanente) su tasso di interesse, produzione e tasso di cambio.