Macroeconomia III
Appunti (3) su:
Rigidità nominali, aspettative razionali e politiche di stabilizzazione

(F. Bagliano, 2006)

L'esistenza di rigidità nominali nel processo di formazione di prezzi e/o salari ha naturalmente importanti conseguenze sulla validità della proposizione di inefficacia della Nuova Macroeconomia Classica, anche in un modello che adotta l'ipotesi di aspettative razionali. In questi appunti presentiamo due classici modelli che modificano l'impostazione di base della NMC introducendo rigidità nella fissazione dei *salari nominali*, analizzando le condizioni sotto le quali la politica monetaria è efficace nella stabilizzazione del reddito intorno al suo valore di equilibrio naturale. Pur adottando la struttura degli schemi macroeconomici di Lucas, Sargent e Wallace, i modelli qui presentati recuperano elementi di tipo "keynesiano" e sono spesso considerati i primi modelli di un filone di ricerca macroeconomica sviluppatosi in seguito e noto come "*new keynesian macroeconomics*".

I due modelli qui presentati, proposti da S. Fischer (1977) e J. Taylor (1979) sono accomunati dalla caratteristica di ipotizzare uno specifico meccanismo di fissazione contrattuale dei salari nominali, specificato però in modi differenti (salari "predeterminati" e salari "fissi").

1. Il caso di salari nominali *predeterminati* (Fischer 1977)

L'ipotesi cruciale del modello è che i salari nominali siano stabiliti contrattualmente da lavoratori e datori di lavoro a scadenze prefissate e, durante il periodo di validità del contratto, vengano mantenuti fissi al livello pattuito. In tale contesto si può studiare l'efficacia sul livello di produzione di regole sistematiche di politica monetaria di tipo *feedback*, come quella vista in precedenza nel caso dei modelli della Nuova Macroeconomia Classica. Utilizzando una versione modificata del modello proposto da Fischer (*Journal of Political Economy*, 1977), analizziamo il funzionamento del modello sotto due ipotesi diverse sulla durata dei contratti.

1.1. Contratti uniperiodali.

All'inizio di *ogni* periodo viene contrattato il salario nominale che rimarrà fisso per tutto il periodo. Tale salario riguarda *tutti* i lavoratori presenti nell'economia e viene fissato contrattualmente all'inizio di ciascun periodo in modo tale da mantenere costante il salario reale atteso. Durante ciascun periodo di tempo, mentre il salario nominale rimane fisso al livello stabilito all'inizio, l'occupazione coincide con la domanda di lavoro delle imprese, funzione del livello del salario reale. Il livello dei prezzi è perfettamente flessibile e porta in equilibrio domanda ed offerta di beni in ogni periodo.

Queste ipotesi di funzionamento dell'economia si prestano ad una semplice formalizzazione (in cui tutte le variabili sono espresse in logaritmo). Il salario nominale per il periodo t, w_t, è fissato all'inizio del periodo in modo da mantenere il salario reale atteso sulla base delle informazioni in disponibili al tempo $t-1$, $w_t - E_{t-1}p_t$, ad un livello costante posto per comodità pari a zero (in logaritmo); abbiamo quindi:

$$w_t = E_{t-1}p_t \tag{1.1}$$

La domanda di lavoro da parte delle imprese l^D (derivata da una semplice massimizzazione del profitto con funzione di produzione ad un solo fattore produttivo) dipende negativamente dal salario reale secondo la semplice funzione:[1]

$$l_t^D = -(w_t - p_t) \tag{1.2}$$

Poiché sul mercato del lavoro, una volta fissato il salario nominale w_t, l'occupazione è determinata dalle imprese ($l_t = l_t^D$), allora la produzione è una semplice funzione crescente nel livello di l^D e quindi dipende anch'essa negativamente dal salario reale:[2]

$$y_t = -(w_t - p_t) \tag{1.3}$$

Infine, una semplice curva di domanda aggregata completa il modello:

$$y_t = (m_t - p_t) + v_t \tag{1.4}$$

[1] Per convenienza algebrica l'elasticità della domanda di lavoro al salario reale è stata posta uguale a -1.

[2] Anche in questo caso, per semplicità, il coefficiente sul salario reale è posto pari ad uno e non si introducono shock di offerta.

in cui compare l'unico termine stocastico del modello: lo *shock* di domanda v_t. Come già menzionato, durante ciascun periodo t, il salario nominale w_t rimane fisso (ad esempio perchè esistono costi di contrattazione che sconsigliano di ricontrattare il salario durante il periodo pur in presenza di un livello dei prezzi $p_t \neq E_{t-1}p_t$), mentre p_t e y_t si aggiustano al loro livello di equilibrio. Si può notare qui che il modello di Fischer non adotta l'ipotesi di *market-clearing*, contrariamente agli schemi di Friedman e della NMC. Nel modello di Friedman, ad esempio, anche se i lavoratori hanno informazioni imperfette ed agiscono sulla base di un livello atteso dei prezzi che differisce dal livello osservato dalle imprese, il mercato del lavoro è sempre in equilibrio con uguaglianza fra offerta e domanda di lavoro. Nel modello di Fischer, invece, è la domanda di lavoro a determinare l'occupazione e non si realizza l'incontro fra domanda ed offerta.

Sulla base di queste premesse possiamo risolvere il modello trovando prezzi e output di equilibrio e valutando quale efficacia può avere la politica monetaria in presenza di rigidità nominali dovute alla fissazione del salario w. Sostituendo la (1.1) nella (1.3) ed uguagliando domanda ed offerta aggregata otteniamo:

$$p_t = \frac{1}{2}\left(m_t + E_{t-1}p_t + v_t\right) \tag{1.5}$$

Calcolando $E_{t-1}p_t$ e sostituendone l'espressione ancora nella (1.5) otteniamo il livello dei prezzi p_t:

$$p_t = \left(E_{t-1}m_t + E_{t-1}v_t\right) + \frac{1}{2}\left(m_t - E_{t-1}m_t\right) + \frac{1}{2}\left(v_t - E_{t-1}v_t\right) \tag{1.6}$$

La prima parentesi contiene le componenti "attese" di m_t e v_t all'inizio del periodo, mentre le altre due parentesi rappresentano gli elementi "non previsti". La "sorpresa" nel livello dei prezzi in t si riduce quindi agli ultimi due termini della (1.6):

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}\left(m_t - E_{t-1}m_t\right) + \frac{1}{2}\left(v_t - E_{t-1}v_t\right) \tag{1.7}$$

Infine, sostituendo la (1.7) nella (1.3), ricordando che $w_t = E_{t-1}p_t$, otteniamo il livello di equilibrio della produzione:

$$y_t = \frac{1}{2}\left(m_t - E_{t-1}m_t\right) + \frac{1}{2}\left(v_t - E_{t-1}v_t\right) \tag{1.8}$$

Due conclusioni si possono trarre da questa prima versione del modello: (*i*) solo variazioni di m *non previste* dagli agenti hanno effetti reali: risulta quindi confermata la conclusione della NMC sull'inefficacia delle politiche di stabilzzazione condotte secondo regole sistematiche; (*ii*) gli effetti reali di "sorprese" in m e v durano solo per un periodo: non vi sono effetti persistenti degli *shock* (una caratteristica importante, invece, delle fluttuazioni cicliche osservate in realtà).

1.2. Contratti biperiodali.

Vengono ora introdotti, per una frazione $2k$ (con $0 < k < 0.5$) della forza-lavoro, contratti *biperiodali*, che fissano il salario nominale per due periodi. In ciascuno dei due periodi coperti dal contratto il salario può essere stabilito a livelli diversi, ma una volta deciso non può essere variato in risposta a mutamenti inattesi del livello dei prezzi (si escludono quindi forme di indicizzazione salariale). In ogni periodo, metà di questi contratti "lunghi" (riguardanti una frazione k dei lavoratori) giungono a scadenza e vengono rinnovati. Vi sono anche contratti "brevi" (cioè uniperiodali, come quelli visti in precedenza), che riguardano una frazione $1 - 2k$ dei lavoratori. La situazione dei contratti nell'economia è riassunta nello schema in Figura 1.

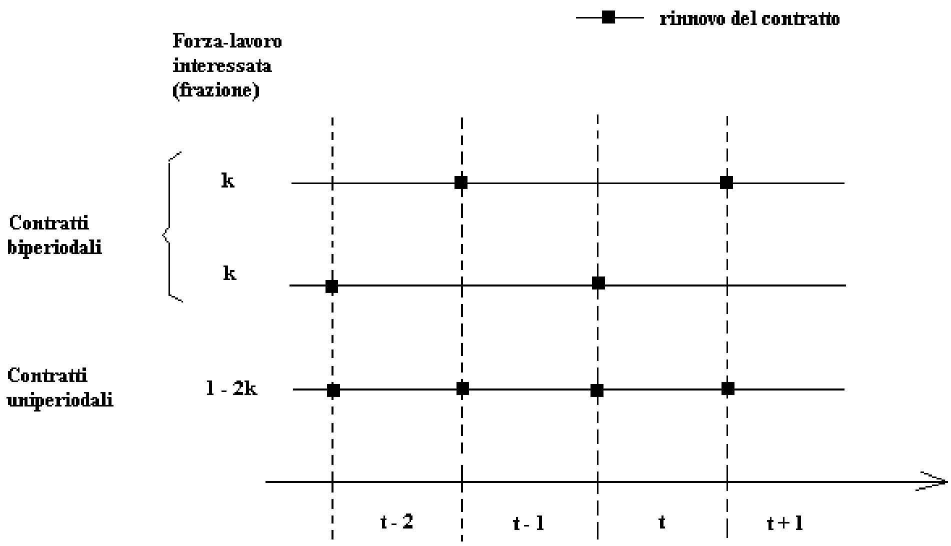

Figura 1

Nel fissare il salario w, l'obiettivo per tutti i lavoratori rimane la costanza del salario reale. A causa della coesistenza di contratti "lunghi" e "brevi", tuttavia, in ogni periodo t vi saranno due diversi livelli del salario nominale w:

(i) i lavoratori con contratti "brevi" (frazione $1 - 2k$ del totale), rinnovati ogni periodo, e i lavoratori con contratti "lunghi" che giungono a scadenza al termine del periodo $t - 1$ e devono essere rinnovati (frazione k del totale) fissano il salario per il periodo t nel modo seguente:

$$w_{t-1,t} = E_{t-1}p_t \tag{1.9}$$

dove $w_{t-1,t}$ denota il salario, fissato all'inizio del periodo t sulla base delle informazioni disponibili al tempo $t-1$. Questo livello del salario, che interessa complessivamente una frazione $1-k$ dei lavoratori, rimane fisso per tutto il periodo t;

(*ii*) i lavoratori con contratti "lunghi" che si trovano nel secondo periodo di validità del contratto (frazione k del totale) hanno nel periodo t un livello del salario fissato all'inizio del periodo $t-1$ sulla base delle informazioni disponibili al termine del periodo $t-2$:

$$w_{t-2,t} = E_{t-2}p_t \tag{1.10}$$

Data la particolare struttura salariale, la curva di offerta aggregata diviene:

$$y_t = -(1-k)\left(w_{t-1,t} - p_t\right) - k\left(w_{t-2,t} - p_t\right)$$

dove compaiono due livelli diversi del salario reale. Utilizzando la (1.9) e la (1.10), la AS può essere espressa in funzione delle "sorprese" di prezzo:

$$y_t = (1-k)\left(p_t - E_{t-1}p_t\right) + k\left(p_t - E_{t-2}p_t\right) \tag{1.11}$$

Possiamo ora, data la nuova curva di offerta, risolvere il modello uguagliando la (1.11) alla domanda aggregata (1.4) ottenendo:

$$p_t = \frac{1}{2}\left(m_t + v_t\right) + \frac{1-k}{2}E_{t-1}p_t + \frac{k}{2}E_{t-2}p_t \tag{1.12}$$

Applicando all'ultima equazione le aspettative in $t-2$ e $t-1$ deriviamo i livelli dei prezzi attesi:

$$\begin{aligned}
E_{t-2}p_t &= E_{t-2}m_t + E_{t-2}v_t \\
E_{t-1}p_t &= \frac{1}{2}\left(E_{t-1}m_t + E_{t-1}v_t\right) + \frac{1-k}{2}E_{t-1}p_t + \frac{k}{2}E_{t-2}p_t \\
\Rightarrow \quad E_{t-1}p_t &= \frac{1}{1+k}\left(E_{t-1}m_t + E_{t-1}v_t\right) + \frac{k}{1+k}\left(E_{t-2}m_t + E_{t-2}v_t\right)
\end{aligned}$$

che, sostituiti nella (1.12) danno l'equazione per il livello dei prezzi in forma finale:

$$\begin{aligned}
p_t &= \frac{1}{1+k}\left(E_{t-1}m_t + E_{t-1}v_t\right) + \frac{k}{1+k}\left(E_{t-2}m_t + E_{t-2}v_t\right) \\
&+ \frac{1}{2}\left(m_t - E_{t-1}m_t\right) + \frac{1}{2}\left(v_t - E_{t-1}v_t\right)
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Sottraendo successivamente le espressioni per $E_{t-1}p_t$ e $E_{t-2}p_t$ dalla (1.13) otteniamo le "sorprese" nel livello dei prezzi

$$\begin{aligned}
p_t - E_{t-1}p_t &= \frac{1}{2}(m_t - E_{t-1}m_t) + \frac{1}{2}(v_t - E_{t-1}v_t) \\
p_t - E_{t-2}p_t &= \frac{1}{1+k}(E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t) + \frac{1}{1+k}(E_{t-1}v_t - E_{t-2}v_t) \\
&+ \frac{1}{2}(m_t - E_{t-1}m_t) + \frac{1}{2}(v_t - E_{t-1}v_t)
\end{aligned}$$

Infine, sostituendo le "sorprese" di prezzo nella funzione di offerta aggregata (1.11) deriviamo il livello di produzione di equilibrio:

$$\begin{aligned}
y_t &= \frac{1-k}{2(1+k)}[(m_t - E_{t-1}m_t) + (v_t - E_{t-1}v_t)] \\
&+ \frac{k}{1+k}[(m_t - E_{t-2}m_t) + (v_t - E_{t-2}v_t)] \qquad (1.14)
\end{aligned}$$

(si può verificare che, se tutti i contratti sono uniperiodali, quindi $k = 0$, l'espressione della produzione si riduce alla (1.8) già trovata). Ora gli *shock* alla domanda aggregata e all'offerta di moneta hanno effetti reali per due periodi prima di essere completamente assorbiti da variazioni del livello dei prezzi. Ciò avviene quando tutti i contratti sono stati rinnovati, adeguandosi al mutato livello della moneta o della domanda.

Per valutare il ruolo della politica monetaria di stabilizzazione nel modello dobbiamo ipotizzare un processo stocastico per il disturbo di domanda v_t. Adottiamo la seguente ipotesi di processo autoregressivo del primo ordine, AR(1):

$$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t \qquad 0 \leq \rho \leq 1 \qquad (1.15)$$

dove ε_t è un processo stocastico *white noise*, con media nulla e varianza σ_ε^2. Dalla (1.15) ricaviamo facilmente:

$$\begin{aligned}
v_t - E_{t-1}v_t &= \varepsilon_t \\
v_t - E_{t-2}v_t &= \varepsilon_t + \rho\varepsilon_{t-1}
\end{aligned}$$

che, sostituite nella (1.14), danno l'espressione del livello di produzione sotto l'ipotesi di *shock* di domanda descritta dalla (1.15):

$$y_t = \frac{1-k}{2(1+k)}[(m_t - E_{t-1}m_t) + \varepsilon_t] + \frac{k}{1+k}[(m_t - E_{t-2}m_t) + (\varepsilon_t + \rho\varepsilon_{t-1})] \qquad (1.16)$$

Formuliamo ora due ipotesi diverse sulla conduzione della politica monetaria:

1. politica monetaria *passiva*: $m_t = \overline{m}$ per ogni t. In questo caso non vi sono "sorprese" per ciò che riguarda l'andamento della moneta; la (1.16) si riduce a:

$$y_t = \frac{1}{2}\varepsilon_t + \frac{k}{1+k}\rho\varepsilon_{t-1}$$

La *varianza* della produzione intorno al suo livello "naturale" ($y^* = 0$) è data da:

$$\sigma_y^2 = \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{k}{1+k}\right)^2 \rho^2\right]\sigma_\varepsilon^2$$

Si può notare subito come una elevata frazione di contratti "lunghi" sul totale ($k \to 0.5$) tenda ad aumentare la varianza della produzione.

2. politica monetaria condotta sulla base di una *feedback rule* scelta con l'obiettivo di *stabilizzare* la produzione, minimizzandone la varianza intorno al livello "naturale". La regola seguita dalle autorità monetarie ha la forma seguente:

$$m_t = \overline{m} + \delta\,\varepsilon_{t-1} \tag{1.17}$$

È compito delle autorità stabilire il valore del parametro di politica monetaria δ^* che minimizza la varianza della produzione. A questo scopo otteniamo, dalla (1.16), l'equazione della produzione sotto l'ipotesi di regola monetaria *feedback*, usando il fatto che $m_t - E_{t-1}m_t = 0$ e $m_t - E_{t-2}m_t = \delta\,\varepsilon_{t-1}$:

$$y_t = \frac{1}{2}\varepsilon_t + \frac{k}{1+k}(\rho+\delta)\,\varepsilon_{t-1}$$

La varianza della produzione è in questo caso:

$$\sigma_y^2 = \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{k}{1+k}\right)^2 (\rho+\delta)^2\right]\sigma_\varepsilon^2$$

ed è minimizzata con $\delta^* = -\rho$. La regola ottimale di politica monetaria è pertanto:

$$m_t = \overline{m} - \rho\varepsilon_{t-1}$$

1.3. Implicazioni per la politica monetaria

Le principali conclusioni che si possono trarre dal modello di Fischer sono le seguenti:

(i) regole *feedback* di politica monetaria volte a stabilizzare la produzione *possono* essere efficaci: la politica monetaria può dunque annullare gli effetti negativi (in termini di maggiore variabilità della produzione) della contrattazione salariale multiperiodale (si noti però come questa conclusione dipenda dalla caratteristica di persistenza dei disturbi che colpiscono l'economia: ρ deve essere maggiore di 0; nulla potrebbe la politica monetaria, nella specificazione adottata sopra, contro *shock* che non mostrassero alcuna persistenza nel tempo);

(ii) con contratti biperiodali si introduce una certa persistenza nel tempo degli effetti sull'output di *shock* di domanda e di eventuali componenti stocastiche nell'offerta di moneta, anche se tale persistenza è limitata a due periodi (la durata dei contratti più "lunghi").

(iii) la politica monetaria perderebbe efficacia di stabilizzazione solo nel caso in cui i salari nominali fossero *indicizzati* in modo da riprodurre esattamente gli effetti dei contratti uniperiodali; in questo caso dovremmo avere $w_{t-2,t} = E_{t-1}p_t$. Tuttavia, per ogni altro schema di indicizzazione, la politica monetaria conserva efficacia di stabilizzazione.[3]

Possiamo ora vedere l'effetto della politica monetaria attraverso la rappresentazione grafica delle curve di domanda ed offerta aggregata (AD e AS). Cominciamo dal caso di contratti uniperiodali ($k = 0$), rappresentato nella Figura 2. AD_0 denota l'iniziale curva di domanda, data dalla (1.4) con $v_t = 0$. In assenza di realizzazioni impreviste degli *shock* la produzione è fissa al suo livello "naturale" y^* (posto pari a 0 nelle formule precedenti): la curva di offerta è quindi verticale in corrispondenza di y^*. In presenza di realizzazioni impreviste in m o v, per date aspettative $E_{t-1}p_t$, la curva di offerta è inclinata positivamente. Supponiamo che lo *shock* di domanda v segua il processo stocastico nella (1.15) con $\rho = 1$ (ciò

[3] In particolare, Fischer mostra che un plausibile schema di indicizzazione del tipo:

$$\begin{aligned} w_{t-2,t} &= w_{t-2,t-1} + (p_{t-1} - p_{t-2}) \\ &= E_{t-2}p_{t-1} + (p_{t-1} - p_{t-2}) \end{aligned}$$

in cui il salario stabilito per il secondo periodo del contratto (t) è pari al salario previsto per il primo periodo ($t-1$) corretto per il tasso di inflazione osservato nel periodo ($p_{t-1} - p_{t-2}$), permette comunque alla politica monetaria di avere un efficace ruolo di stabilizzazione.

significa che ogni disturbo ε ha natura *permanente*) e che nel periodo t si verifichi un $\varepsilon_t > 0$. La curva di domanda si sposta permanentemente da AD_0 a AD_1.

Nel periodo t, sia la produzione sia il livello dei prezzi sono influenzati dallo *shock* di domanda. L'effetto sulla produzione è spiegato dal mancato aggiustamento dei salari nominali, fissati contrattualmente, alle mutate condizioni della domanda. Nel periodo seguente $t + 1$ tutti i contratti vengono rinegoziati e il salario nominale può incorporare le aspettative, riviste, sul livello dei prezzi. La produzione ritorna al suo livello originario ed il livello dei prezzi assorbe completamente l'incremento della domanda aggregata. L'economia segue quindi il percorso $A \rightarrow B \rightarrow C$ nel grafico. Regole di politica monetaria come la (1.17) non possono avere alcun effetto reale in questo contesto. Prima che l'offerta di moneta possa reagire allo *shock* di domanda del periodo precedente, il rinnovo di tutti i contratti ha già riportato l'economia al livello iniziale di produzione.

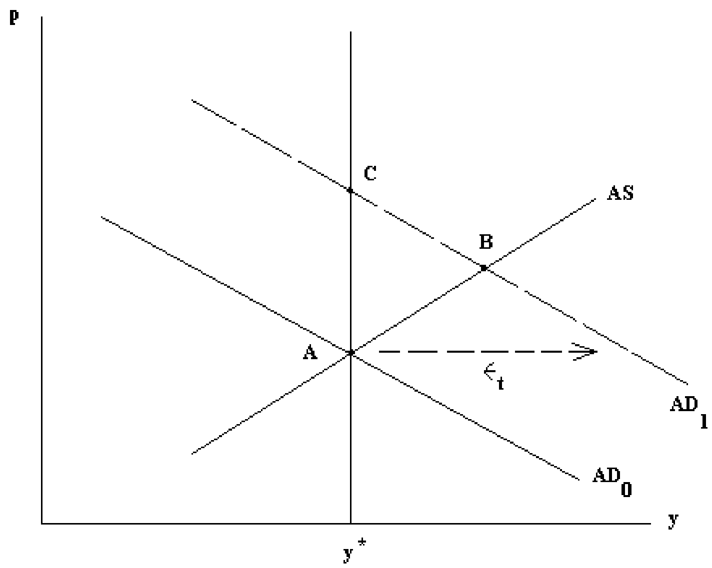

Figura 2

Diversa è la situazione nel caso in cui esistano anche contratti biperiodali ($k > 0$). Le curve AD_0, AD_1 e la curva di offerta in assenza di *shock* imprevisti in Figura 3 sono identiche a quelle in Figura 2. Abbiamo però, in questo caso, due curve che mostrano l'aggiustamento dell'offerta a fronte di variazioni non previste nel livello dei prezzi. Nel periodo t, quando la domanda subisce lo spostamento da AD_0 a AD_1, i salari nominali sono fissi per tutti i lavoratori; perciò il disturbo ε ha lo stesso effetto su y e p visto precedentemente nel caso di contratti uniperiodali (equilibrio nel punto B). Nel periodo successivo $t+1$, a differenza del caso precedente, non tutti i contratti vengono rinnovati: infatti, metà dei contratti "lunghi" si trovano ora nel loro secondo periodo di validità e verranno rinnovati solo alla fine del periodo $t+1$. L'aggiustamento della curva di offerta non è quindi completo: si passa dalla AS alla AS', con una nuova posizione di equilibrio intermedio nel punto C. Nel periodo $t+2$ anche questi contratti avranno incorporato le nuove aspettative sul livello della domanda e l'aggiustamento dell'offerta sarà completo: l'aumento di domanda avrà effetto solo sul livello dei prezzi, con la produzione di nuovo al livello iniziale (punto D). Con una politica monetaria "passiva" l'economia segue quindi il percorso $A \to B \to C \to D$.

La politica monetaria di stabilizzazione condotta secondo la regola (1.17) (con $\delta^* = -1$) avrà l'effetto di riportare l'economia alla posizione iniziale di equilibrio (punto A) già nel periodo $t+1$, quando non tutti i contratti sono stati rinnovati, modificando il percorso dell'economia in $A \to B \to A$. Ciò è ottenuto mediante una riduzione della quantità di moneta che riporta la curva di domanda aggregata da AD_1 a AD_0 in $t+1$. La produzione rimane solo per un periodo -invece che per due- lontano dal suo livello naturale: in questo senso, quindi, la politica monetaria di stabilizzazione è efficace.

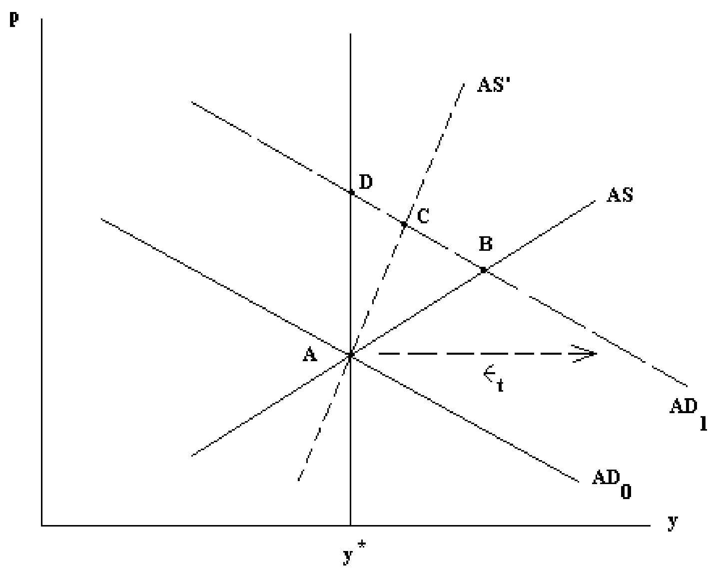

Figura 3

2. Il caso di salari nominali *fissi* (Taylor 1979)

Modifichiamo ora le ipotesi sulla determinazione dei salari nominali in modo da generare la possibilità di effetti persistenti nel tempo dei disturbi che colpiscono l'economia. Adottiamo qui una versione semplificata del modello dovuto a J. Taylor (*American Economic Review* 1979, *Journal of Political Economy* 1980), in cui viene introdotta una ipotesi sulla determinazione dei salari nominali differente da quella adottata da Fischer (nel cui modello i contratti potevano prevedere livelli di salario diversi nei due periodi di validità). Qui valgono le seguenti ipotesi sulla struttura dei contratti (*staggered contracts*):

(*i*) tutta la forza-lavoro è soggetta a contrattazione del salario nominale per *due* periodi;

(*ii*) i contratti fissano il salario nominale ad un livello identico in entrambi i periodi di validità del contratto: si parla perciò di salari *fissi*;

(*iii*) in ciascun periodo metà dei lavoratori devono rinnovare il contratto per il periodo corrente ed il successivo (questa ipotesi corrisponde a quella del modello precedente nel caso di contratti biperiodali).

Si ipotizza inoltre che nella contrattazione vengano tenuti in conto due elementi: il *livello relativo* del salario e l'*andamento futuro della produzione*. Ne risulta una equazione di determinazione del salario nominale contrattato all'inizio del periodo t (e valido, per metà dei lavoratori, per il periodo t ed il periodo $t+1$) del tipo:

$$w_t = \frac{1}{2}w_{t-1} + \frac{1}{2}E_{t-1}w_{t+1} + \frac{\gamma}{2}\left(E_{t-1}y_t + E_{t-1}y_{t+1}\right) + \eta_t \tag{2.1}$$

dove η rappresenta uno *shock* nel processo di determinazione dei salari nominali.

Sulla base delle informazioni disponibili al tempo $t-1$, i lavoratori interessati determinano il salario come media fra il livello di salario corrente dei lavoratori vincolati a w_{t-1} e (il valore atteso di) quel salario che verrà scelto quando anche tali lavoratori giungeranno al termine del contratto $E_{t-1}w_{t+1}$. In più, anche il livello atteso di produzione per i due periodi di validità del contratto influenza il livello del salario fissato.

Per chiudere il modello, si specifica il livello generale dei prezzi come un *mark up* sul salario medio:

$$p_t = \frac{1}{2}(w_t + w_{t-1}) \tag{2.2}$$

(data questa ipotesi il salario reale risulta costante, mentre nel modello di Fischer ha il tradizionale andamento anticiclico). La curva di domanda aggregata ha la semplice forma:

$$y_t = (m_t - p_t) + v_t \tag{2.3}$$

con v_t *white noise* a media nulla. Infine, la politica monetaria opera attraverso il controllo dell'offerta nominale di moneta seguendo una regola del tipo:

$$m_t = \delta p_t \tag{2.4}$$

con $0 \leq \lambda \leq 1$.

2.1. Soluzione del modello.

Cominciamo con l'ottenere una espressione per il salario nominale, eliminando i termini nell'aspettativa di y. Utilizzando la (2.2) e la (2.3) abbiamo

$$\begin{aligned} E_{t-1}y_t &= E_{t-1}m_t - \frac{1}{2}E_{t-1}w_t - \frac{1}{2}w_{t-1} \\ E_{t-1}y_{t+1} &= E_{t-1}m_{t+1} - \frac{1}{2}E_{t-1}w_{t+1} - \frac{1}{2}E_{t-1}w_t \end{aligned}$$

Combinando le ultime due espressioni con l'equazione (2.1) ed utilizzando la (2.4) possiamo esprimere il salario nominale nel periodo t come funzione solo dei valori passati e futuri attesi del salario stesso:

$$w_t = \left[\frac{1}{2} - \frac{\gamma(1-\delta)}{4}\right] w_{t-1} - \frac{\gamma(1-\delta)}{2}E_{t-1}w_t + \left[\frac{1}{2} - \frac{\gamma(1-\delta)}{4}\right] E_{t-1}w_{t+1} + \eta_t \tag{2.5}$$

Questa espressione può essere ulteriormente semplificata calcolando l'aspettativa a $t-1$ del salario a t:

$$E_{t-1}w_t = \theta\left(w_{t-1} + E_{t-1}w_{t+1}\right) \tag{2.6}$$

dove il coefficiente θ è definito da

$$\theta = \frac{2-\gamma(1-\delta)}{4+2\gamma(1-\delta)}$$

Usando la (2.6) nella (2.5) si ottiene infine:

$$w_t = \theta w_{t-1} + \theta E_{t-1}w_{t+1} + \eta_t \tag{2.7}$$

La dipendenza del livello del salario corrente dal livello passato e da quello atteso per il periodo seguente è data dal coefficiente θ, il quale dipende non solo dal parametro strutturale γ, ma anche dalla particolare regola di politica monetaria seguita dal *policymaker* e sintetizzata dal parametro δ.

Per ottenere la soluzione in termini del salario w_t possiamo applicare il metodo dei coefficienti indeterminati ipotizzando una semplice soluzione per w_t:

$$w_t = \pi_1 w_{t-1} + \eta_t \tag{2.8}$$

L'unica variabile passata che determina il livello corrente dei salari è il salario stesso; inoltre vi è l'effetto del disturbo stocastico alla determinazione contrattuale del salario (che, per la particolare natura stocastica assunta, presenta già un coefficiente pari ad 1). Dalla (2.8) si ricava immediatamente:

$$E_{t-1} w_{t+1} = \pi_1^2 w_{t-1} \tag{2.9}$$

Uguagliando la (2.8) alla (2.7) in cui si è sostituita la (2.9) abbiamo:

$$\pi_1 w_{t-1} + \eta_t = \theta w_{t-1} + \theta \pi_1^2 w_{t-1} + \eta_t$$

Risolvendo per π_1 l'equazione $\pi_1 = \theta(1 + \pi_1^2)$ (e scegliendo, per ottenere stabilità del processo temporale del salario, la soluzione per $\pi_1 < 1$) troviamo la seguente soluzione per w_t:

$$w_t = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\theta^2}}{2\theta} w_{t-1} + \eta_t \tag{2.10}$$

L'effetto di un disturbo al salario nominale ε_t persiste per vari periodi con un grado di persistenza dato dalla grandezza del parametro autoregressivo π_1.

È ora semplice trovare l'espressione per il livello dei prezzi e per la produzione:

$$p_t = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\theta^2}}{2\theta} p_{t-1} + \frac{1}{2}(\eta_t + \eta_{t-1}) \tag{2.11}$$

$$y_t = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\theta^2}}{2\theta} y_{t-1} - \frac{1 - \delta}{2}(\eta_t + \eta_{t-1}) + v_t - \frac{1 - \sqrt{1 - 4\theta^2}}{2\theta} v_{t-1} \tag{2.12}$$

La produzione è ora descritta da un processo autoregressivo del primo ordine a cui si aggiungono due componenti a media mobile nei due disturbi stocastici che colpiscono l'economia.

2.2. Implicazioni.

Le principali conclusioni del modello sono le seguenti:

(*i*) Gli effetti degli *shock* sulla produzione possono prolungarsi nel tempo anche al di là del periodo di validità dei contratti più lunghi che determinano il salario nominale. Ciò avviene, nella versione del modello presentata sopra, per il disturbo al salario nominale η, ma, in una versione più completa, avverrebbe anche per una eventuale componente stocastica nell'offerta di moneta. La ragione della persistenza sta proprio nel graduale aggiustamento dei salari e, data l'ipotesi di *mark up*, dei prezzi ai disturbi. Nel modello di Fischer con salari predeterminati, invece, quando anche l'ultimo contratto (il più lungo) viene rinnovato, ogni effetto attribuibile ai disturbi stocastici è stato inglobato nei nuovi livelli di salari e prezzi e non vi è più alcun effetto reale.

(*ii*) Se l'obiettivo delle autorità monetarie è la minimizzazione della varianza di y_t intorno al suo livello naturale (qui normalizzato a zero), la politica monetaria attuata secondo la regola in (2.4) è *efficace*, potendo fissare in maniera ottimale il parametro δ. La varianza della produzione, dalla (2.12), è:

$$\sigma_y^2 = \frac{(1-\delta)^2}{2(1-\pi_1^2)}\sigma_\eta^2 + \sigma_v^2$$

Tale varianza è minimizzata per $\delta \to 1$: la politica monetaria ottimale implica perciò un pieno aggiustamento della moneta al livello corrente dei prezzi (e quindi dei salari).

(*iii*) Tuttavia, se la politica monetaria controlla la variabilità della produzione (σ_y^2), essa perde il controllo della variabilità del livello dei prezzi. Infatti, la varianza di p è, dalla (2.11):

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{2(1-\pi_1^2)}\sigma_\eta^2$$

Quando $\delta \to 1$, $\sigma_y^2 \to 0$ ma contemporaneamente $\sigma_p^2 \to \infty$, dal momento che $\pi_1 \to 1$. Ne risulta un *trade-off* non fra produzione ed inflazione ma fra *variabilità* di produzione e livello dei prezzi.