Macroeconomia III
Appunti (2) su:
Aspettative razionali e Nuova Macroeconomia Classica

(F. Bagliano, 2006)

La spiegazione della relazione fra disoccupazione e inflazione nel breve e nel lungo periodo proposta da Friedman e Phelps e centrata intorno al concetto di tasso naturale di disoccupazione attribuisce un ruolo essenziale alle *aspettative* degli operatori economici. Tuttavia, il processo di formazione di tali aspettative è di tipo essenzialmente "adattivo": gli agenti (in particolare i lavoratori) formano le proprie aspettative sul livello dei prezzi e quindi sul salario reale guardando principalmente all'esperienza passata e "correggendo" gradualmente eventuali errori di previsione. Conseguenza immediata di un tale comportamento è la possibilità di prolungati periodi in cui vengono commessi errori di previsione sistematici, con sopravvalutazioni o sottovalutazioni del livello dei prezzi ripetute nel tempo.

A partire dagli anni '70, si afferma l'utilizzo nei modelli macroeconomici di un'ipotesi più soddisfacente (e coerente con il grado di razionalità attribuito agli operatori economici in altri ambiti, come la massimizzazione del profitto o dell'utilità) sulle modalità di formazione delle aspettative, nota con il nome di "*aspettative razionali*" (*rational expectations*). Tale ipotesi, introdotta in modelli dell'economia che possiedono un livello "naturale" di attività, ha avuto importanti conseguenze sulla teoria del ciclo economico e rilevanti implicazioni di politica economica. In questi appunti si illustra il concetto mediante un confronto con l'ipotesi di aspettative adattive per poi analizzare alcuni modelli macroeconomici del ciclo che utilizzano tale ipotesi, proposti dalla cosiddetta "*nuova macroeconomia classica*" (*new classical macroeconomics*) associata ai nomi di R. Lucas, T. Sargent, N. Wallace e R. Barro.

1. Aspettative adattive e aspettative razionali: un confronto

La valutazione dell'andamento futuro di alcune variabili economiche da parte degli agenti (consumatori, imprese, lavoratori, investitori) è elemento essenziale in molte teorie economiche (riguardanti ad esempio consumo, investimento, offerta di lavoro, scelte finanziarie). Il meccanismo specifico secondo cui tali aspettative vengono formulate è stato oggetto di diverse ipotesi, fra cui quella di aspettative *adattive* (implicita nel modello di funzionamento del mercato del lavoro di Friedman-Phelps) esemplificata dalla seguente equazione:

$$p^e_{t,\,t+1} = p^e_{t-1,\,t} + \lambda\,(p_t - p^e_{t-1,\,t}) \qquad 0 < \lambda < 1 \tag{1.1}$$

dove $p^e_{t,\,t+1}$ è l'aspettativa di p_{t+1} (ad esempio il logaritmo del livello generale dei prezzi) formulata al tempo t. Il valore atteso di p per il periodo successivo viene modificato fra t e $t+1$ per una frazione λ dell'errore di previsione verificatosi in t, $p_t - p^e_{t-1,\,t}$. Tale meccanismo di formazione delle aspettative genera la possibilità di errori "sistematici" di previsione. L'ipotesi alternativa di aspettative *razionali* si è sviluppata prooprio per evitare l'assunzione che gli agenti possano sistematicamente compiere tali errori di previsione senza modificare il meccanismo stesso di formazione delle aspettative descritto dalla (1.1). Secondo l'ipotesi di aspettative razionali abbiamo:

$$p^e_{t,\,t+1} = E(p_{t+1} \mid \Omega_t) \equiv E_t p_{t+1} \tag{1.2}$$

dove E_t denota il valore atteso (nel senso di *mathematical expectation*) di p_{t+1} condizionale all'insieme di informazione disponibile per gli agenti al tempo t, Ω_t. Caratteristica essenziale delle aspettative razionali è che l'errore di previsione (o "sorpresa") al tempo $t+1$ ha valore atteso al tempo t pari a 0:

$$E_t\,(p_{t+1} - E_t p_{t+1}) = 0$$

Nei modelli che utilizzano l'ipotesi di aspettative razionali assume notevole importanza la definizione dell'insieme di informazioni Ω_t: solitamente in Ω_t sono compresi i valori passati e correnti (al tempo t) di tutte le variabili oltre che la struttura dell'economia, racchiusa nelle equazioni che compongono il modello. Le aspettative formate "razionalmente" sono quindi coerenti con la struttura del modello economico che descrive l'economia, "*come se*" gli agenti utilizzassero l'insieme di equazioni del modello nel processo di formazione delle aspettative sulle variabili endogene determinate dalla soluzione del modello stesso.

Come illustrazione delle diverse conseguenza sulla dinamica di variabili macroeconomiche dovute alle due ipotesi sulle aspettative, utilizziamo una versione in-tempo discreto del classico modello di *iperinflazione* proposto da Cagan (1956) e ripreso (in tempo continuo) da Sargent e Wallace (*Econometrica* 1973). Tale modello si compone di un'unica fondamentale equazione di equilibrio sul mercato della moneta:

$$m_t - p_t = -\alpha\,(p^e_{t,\,t+1} - p_t) \qquad \alpha > 0 \tag{1.3}$$

Tutte le variabili sono in logaritmi: m è la quantità di moneta presente nell'economia e manovrata esogenamente dalle autorità monetarie e p è il livello generale dei prezzi; $p^e_{t,\,t+1} - p_t$ è quindi pari al tasso di inflazione atteso fra t e $t+1$. Il livello di produzione Y è per ipotesi indipendente dalle variabili monetarie e fisso al valore 1 (per cui $\log Y = 0$). Non vi sono elementi stocastici: l'ipotesi di aspettative razionali si riduce qui al caso particolare di "*perfetta previsione*" (*perfect foresight*). Il livello dei prezzi al tempo t può quindi essere espresso come:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha} p^e_{t,\,t+1} \tag{1.4}$$

La soluzione del modello richiede un'ipotesi sul meccanismo di formazione delle aspettative sul livello dei prezzi p.

1.1. Aspettative adattive

L'ipotesi sulle aspettative può essere formulata, dalla (1.1), come:

$$p^e_{t,\,t+1} = \lambda\, p_t + (1-\lambda)\, p^e_{t-1,\,t} \tag{1.5}$$

Sostituendo successivamente all'indietro i valori passati delle aspettative di p nella (1.5) si ottiene:

$$\begin{aligned} p^e_{t,\,t+1} \;=\; & \lambda\, p_t + \lambda(1-\lambda)\, p_{t-1} + \lambda\,(1-\lambda)^2\, p_{t-2} + ... + \\ & +\lambda\,(1-\lambda)^{T-1}\, p_{t-T+1} + (1-\lambda)^T\, p^e_{t-T,\,t-T+1} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Poiché, per $T \rightarrow \infty$, $(1-\lambda)^T \rightarrow 0$, l'ultimo termine nella (1.6) può essere trascurato (assumendo che il valore di p^e sia finito) e si ottiene:

$$p^e_{t,\,t+1} = \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i\, p_{t-i} \tag{1.7}$$

Sostituendo infine la (1.7) nella (1.4) e risolvendo per p_t si ottiene:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha(1-\lambda)} m_t + \frac{\alpha\lambda}{1+\alpha(1-\lambda)} \sum_{i=1}^{\infty} (1-\lambda)^i \, p_{t-i} \tag{1.8}$$

Il livello corrente dei prezzi dipende solo dalla sua storia passata e dal valore corrente di m. Una variazione puramente transitoria ed una variazione permanente di m_t esercitano la medesima influenza su p_t.

1.2. Aspettative razionali

Se invece si adotta l'ipotesi di aspettative razionali descritta dalla (1.2), il livello dei prezzi è espresso da:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha} E_t p_{t+1} \tag{1.9}$$

A questo punto è necessario risolvere per l'aspettativa di p_{t+1}. Spostando in avanti di un periodo la (1.9) e prendendone il valore atteso in t si ottiene:

$$E_t p_{t+1} = \frac{1}{1+\alpha} E_t m_{t+1} + \frac{\alpha}{1+\alpha} E_t p_{t+2} \tag{1.10}$$

Due precisazioni: (i) l'insieme di informazioni Ω_t rispetto a cui l'aspettativa E_t è stata costruita comprende i valori correnti di m e p e la struttura dell'economia come descritta dalla (1.3); (ii) nell'applicare l'operatore E_t all'espressione di p_{t+1} si è fatto uso della *law of iterated expectations*, secondo cui $E_t(E_{t+1}p_{t+2}) = E_t p_{t+2}$. Sostituendo la (1.10) nella (1.9) abbiamo:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha} \left(\frac{1}{1+\alpha} E_t m_{t+1} + \frac{\alpha}{1+\alpha} E_t p_{t+2} \right)$$

e ripetendo la stessa operazione successivamente per $E_t p_{t+i}$ ($i = 2, 3, ..., T-1$) si ottiene:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{T-1} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^i E_t \, m_{t+i} + \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^T E_t \, p_{t+T} \tag{1.11}$$

Poiché, se $T \to \infty$, $\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^T \to 0$, l'ultimo termine della (1.11) può venire ignorato imponendo che $E_t \, p_{t+T}$ sia finito. L'espressione finale per il livello dei prezzi con aspettative razionali è quindi data da:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^i E_t \, m_{t+i} \tag{1.12}$$

Non compare qui nessuna variabile datata $t - i$ $(i = 1, ...)$: il livello corrente dei prezzi è interamente determinato dal valore corrente di m (osservato dagli agenti, per cui $E_t m_t = m_t$) e dai valori futuri di m_{t+i} $(i = 1, ...)$ attesi al tempo t. Ogni informazione utile a prevedere l'andamento futuro di m (e che sia disponibile per gli agenti al tempo t) ha un immediato effetto sul livello corrente dei prezzi. In questo senso la soluzione del modello con aspettative razionali è *forward-looking* mentre quella con aspettative adattive nella (1.8) è *backward-looking*.

1.3. Esempi

Basandoci sulla (1.8) e sulla (1.12) possiamo ora studiare il comportamento del livello dei prezzi in risposta a variazioni della quantità di moneta m, esaminando alcuni casi tipici: (i) un aumento *permanente* al tempo t_1 da $\bar{m}$ a $\bar{m} + k$; (ii) un aumento *temporaneo* della stessa entità dal tempo t_1 al tempo t_2; (iii) un aumento temporaneo (come nel caso precedente) ma già *annunciato* al tempo t_0.

Aumento permanente di m (Figura 1). La quantità di moneta, da sempre fissa al livello $\bar{m}$, viene *permanentemente* aumentata a $\bar{m} + k$ al tempo t_1. Con aspettative *adattive*, fino a $t_1 - 1$ il livello dei prezzi è pari a $\bar{m}$; al tempo t_1, il livello dei prezzi aumenta poiché è aumentato il livello corrente di m e, dalla (1.8), raggiunge il valore:

$$p_{t_1} = \frac{1}{1 + \alpha(1 - \lambda)} k + \bar{m} \tag{1.13}$$

Dopo t_1 il livello dei prezzi continua gradualmente a salire seguendo la (1.8) con $m_t = \bar{m} + k$ per $t > t_1$ fino a raggiungere asintoticamente il nuovo livello stazionario $\bar{m}+k$. Con aspettative *razionali*, invece, secondo la (1.12), p raggiunge immediatamente il nuovo livello stazionario.

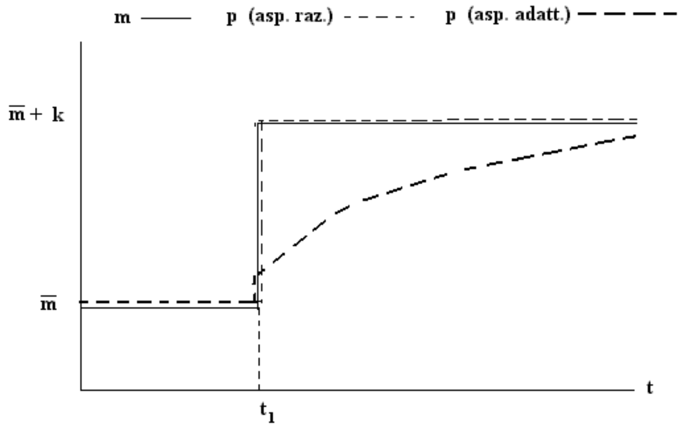

Figura 1: Aumento permanente di m.

Aumento temporaneo di m (Figura 2)**.** In questo caso la quantità di moneta è pari a $\bar{m}$ fino a $t_1 - 1$, aumenta a $\bar{m} + k$ solo da t_1a $t_2 - 1$ e ritorna al precedente livello $\bar{m}$ al tempo t_2. Con aspettative *adattive* abbiamo l'andamento di p descritto nella figura 2(a). L'aumento del livello dei prezzi è nuovamente dato dalla (1.13): infatti, poiché gli agenti non considerano il futuro andamento di m nel formulare le proprie aspettative su p, non vi è nessuna differenza nella risposta di p ad aumenti permanenti e temporanei di m. Con aspettative *razionali*, invece, la risposta di p al tempo t_1 è diversa dal caso di aumento permanente della quantità di moneta (figura 2(b)). L'aumento di p al tempo t_1 in risposta al mutato sentiero temporale di m è calcolabile utilizzando la (1.12) valutata in t_1:

$$p_{t_1} = \left[1 - \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{t_2 - t_1}\right] k + \bar{m} \tag{1.14}$$

Successivamente, fra t_1 e t_2, il livello dei prezzi diminuisce gradualmente fino a raggiungere di nuovo il valore iniziale pari a $\bar{m}$ esattamente al tempo t_2. E' importante notare come, con aspetattive razionali, il livello dei prezzi mostri salti "discreti" solo quando si verificano eventi non previsti un periodo prima. E' questo il caso dell'aumento di m al tempo t_1; invece, la successiva diminuzione di m al tempo t_2 è già contenuta nelle previsioni al tempo t_1 e non determina infatti alcun nuovo aggiustamento discreto del livello dei prezzi.

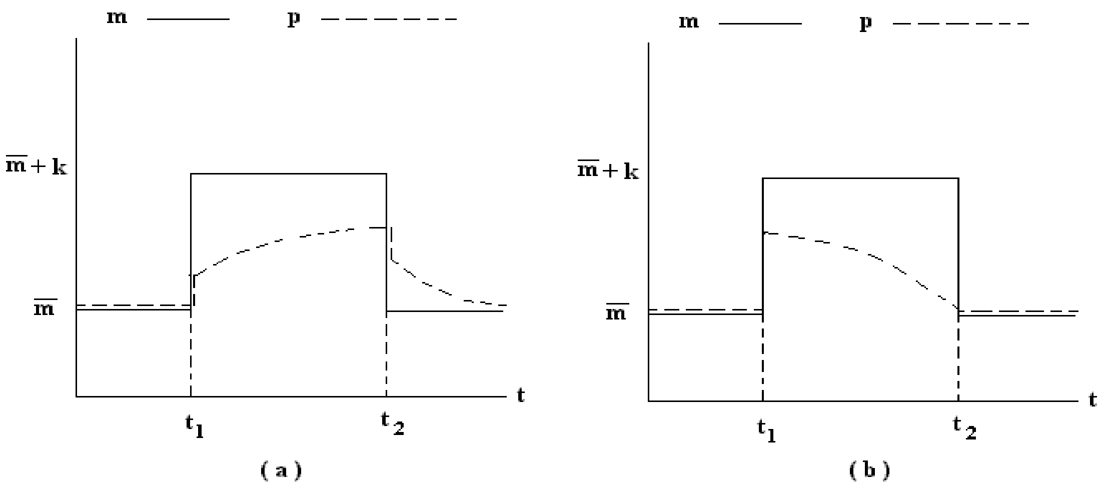

Figura 2: Aumento temporaneo di m. (a) aspettative adattive; (b) aspettative razionali.

Aumento temporaneo annunciato di m (Figura 3)**.** L'aumento della quantità di moneta è identico al caso precedente, ma ora l'aumento temporaneo di m viene annunciato agli agenti in anticipo, al tempo t_0. Si tratta quindi di un aumento temporaneo di m *previsto* sulla base dell'annuncio (credibile) delle autorità. Nell'ipotesi di aspettative *adattive* (fig. 3(a)), l'andamento del livello dei prezzi non subisce variazioni rispetto al caso precedente: l'annuncio di un evento futuro non modifica le aspettative degli agenti e quindi non ha alcun riflesso su p. Invece, nel caso di aspettative *razionali* (fig. 3(b)), gli agenti, nel formulare le proprie aspettative al tempo t_0, tengono conto dell'annuncio di un aumento futuro di m. Applicando la (1.12) con $m = \bar{m} + k$ fra t_1 e t_2, possiamo calcolare il livello dei prezzi in t_0, cioè al momento dell'annuncio:

$$p_{t_0} = \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{t_1-t_0} \left[1 - \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{t_2-t_1}\right] k + \bar{m} \tag{1.15}$$

Da notare: (i) l'unico salto "discreto" di p si verifica al momento dell'annuncio t_0 (è proprio l'annuncio, infatti, l'unica "sorpresa" per gli agenti: tutto quanto avviene dopo è perfettamente prevedibile al tempo t_0); al tempo t_1, quando effettivamente l'aumento di m viene attuato, p è esattamente al livello calcolato in precedenza, dato dalla (1.14); (*ii*) l'andamento del livello dei prezzi indica che si ha inflazione fra t_0 e t_1 senza alcun aumento effettivo della quantità di moneta: l'inflazione è determinata interamente dal fatto che gli agenti si aspettano che la moneta aumenterà in futuro; si ha invece un livello dei prezzi decrescente ("deflazione") proprio nel periodo in cui la moneta è ad un livello più elevato del normale.

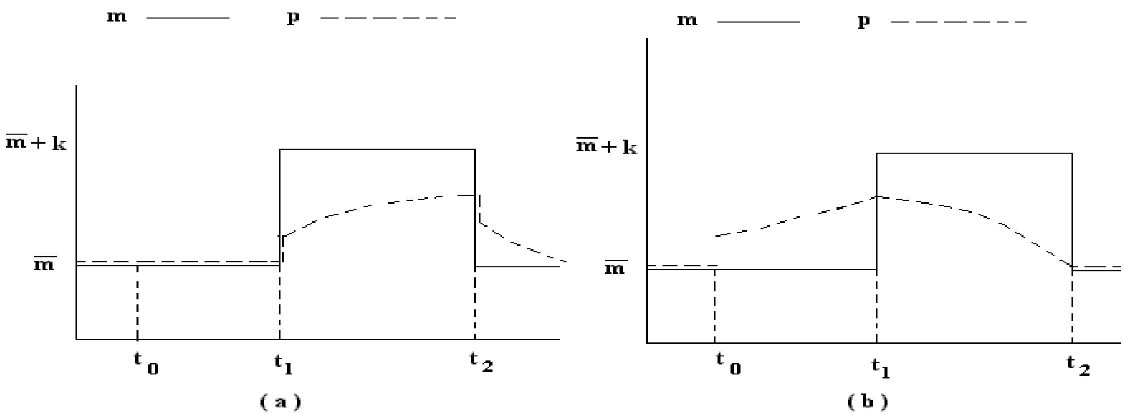

Figura 3: Aumento temporaneo annunciato di m. (a) asp.adattive; (b) asp. razionali.

1.4. Estensione al caso stocastico con aspettative razionali

Nel modello fin qui analizzato non vi è alcun elemento stocastico: in questo caso l'ipotesi di aspettative razionali coincide con la perfetta previsione. Elementi stocastici possono essere introdotti sia dal lato dell'offerta di moneta (specificando un processo stocastico che genera m_t) sia dal lato della domanda sotto forma di uno shock additivo u_t. Nel caso stocastico l'equazione di equilibrio sul mercato monetario (1.3) diventa:

$$m_t - p_t = -\alpha\,(p^e_{t,\,t+1} - p_t) + u_t \tag{1.16}$$

dove u_t è uno shock alla domanda di moneta tale che $E_{t-1}u_t = 0$.

La soluzione del modello segue gli stessi passaggi del caso non stocastico: data l'espressione del livello dei prezzi al tempo $t+1$

$$p_{t+1} = \frac{1}{1+\alpha}\, m_{t+1} + \frac{\alpha}{1+\alpha} E_{t+1}\, p_{t+2} - \frac{1}{1+\alpha}\, u_{t+1} \tag{1.17}$$

prendendone l'aspettativa al tempo t si ottiene

$$E_t\, p_{t+1} = \frac{1}{1+\alpha} E_t m_{t+1} + \frac{\alpha}{1+\alpha} E_t p_{t+2} \tag{1.18}$$

che è uguale alla (1.10) poiché $E_t u_{t+1} = 0$. Ripetendo l'operazione per p_{t+2}, p_{t+3}, ... e facendo tendere T all'infinito, l'espressione finale per il livello dei prezzi diviene:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^i E_t\, m_{t+i} - \frac{1}{1+\alpha}\, u_t \tag{1.19}$$

Ora il livello dei prezzi dipende non solo dai valori attesi della quantità di moneta, ma anche dalla realizzazione dello shock u. Il livello dei prezzi in ciascun periodo t sarà diverso da quello atteso a causa della presenza del disturbo u_t, che non è prevedibile al tempo $t-1$, e a causa della componente non prevedibile del processo stocastico che genera m_t. L'errore di previsione al tempo t è:

$$p_t - E_{t-1}\, p_t = \frac{1}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^i (E_t\, m_{t+i} - E_{t-1}\, m_{t+i}) - \frac{1}{1+\alpha}\, u_t \tag{1.20}$$

Se la moneta segue un andamento perfettamente previsto l'errore di previsione dipende solo dalla realizzazione corrente del disturbo u_t. Se anche l'andamento futuro della moneta contiene elementi stocastici, allora l'errore di previsione conterrà anche la "revisione" delle aspettative sui futuri valori di m maturata fra $t-1$ e t, oltre al termine in u_t. In ogni caso, con aspettative razionali, l'errore di previsione su p_t non è prevedibile sulla base delle informazioni disponibili dagli agenti al tempo $t-1$. Infatti, prendendo l'aspettativa della (1.20) in $t-1$:

$$E_{t-1}\,[p_t - E_{t-1}\, p_t \mid \Omega_{t-1}] = 0 \tag{1.21}$$

2. Informazione imperfetta e ciclo economico: il modello di Lucas (1973)

L'ipotesi di aspettative razionali, eliminando la possibilità di errori di previsione sistematici da parte degli agenti economici, è stata ritenuta più soddisfacente anche da un punto di vista teorico ed è stata introdotta in numerosi modelli macroeconomici tesi a spiegare il meccanismo alla base delle fluttuazioni cicliche e in particolare la correlazione positiva fra variabili nominali (ad esempio aggregati monetari) e reali (output, occupazione). Uno dei primi modelli del ciclo economico che fa uso dell'ipotesi di aspettative razionali e attribuisce la correlazione fra variabili nominali e reali ad imperfezioni informative (diverse da quelle ipotizzate da M. Friedman) è dovuto a R. Lucas (*Journal of Economic Theory* 1972, *American Economic Review* 1973).

L'economia (ideale) descritta dal modello di Lucas è composta da un elevato numero di mercati geograficamente dispersi, in cui i produttori decidono la quantità da offrire in ogni periodo sulla base del confronto fra il prezzo del bene sul mercato locale in cui operano ed il livello generale dei prezzi in tutta l'economia.[1] Solo un aumento del prezzo "locale" relativamente al livello generale dei prezzi spinge i produttori ad aumentare la produzione.

In questa economia vi sono *due* fonti di disturbi stocastici, entrambe dal lato della domanda: da un lato uno shock *aggregato*, che colpisce in ugual misura tutti i mercati; dall'altro, uno shock di domanda *locale* colpisce ogni singolo mercato. Solo i disturbi di tipo aggregato hanno effetto sul livello generale dei prezzi, mentre il prezzo che si forma su ogni mercato locale risente non solo dei disturbi aggregati ma anche dello specifico shock locale di domanda. Se i produttori su ciascun mercato potessero sempre osservare sia il prezzo sul proprio mercato sia il livello generale dei prezzi, essi reagirebbero soltanto alla differenza fra i due livelli di prezzo (il prezzo "relativo"), che a sua volta segnalerebbe in maniera chiara il verificarsi di shock alla domanda locale del prodotto.

Il modello di Lucas è invece costruito sull'ipotesi essenziale che i produttori dispongano di *informazione imperfetta* sull'andamento dei prezzi: in particolare essi osservano il prezzo del bene sul proprio mercato ma *non* il livello generale dei prezzi nell'economia. Le decisioni di produzione dipendono quindi dalla differenza fra il prezzo osservato localmente e il livello generale dei prezzi *atteso*

[1] L'interpretazione dell'economia come composta da tanti mercati separati giustifica la denominazione di "modello delle isole di Lucas" spesso utilizzata in letteratura.

(razionalmente) dai produttori sulla base delle informazioni (incomplete) a loro disposizione.

Questa idea si presta ad una semplice formalizzazione (che segue la versione del modello in Lucas 1973).

2.1. La struttura del modello

Ciascuno degli N mercati in cui è divisa l'economia opera in condizioni di concorrenza perfetta; su ciascun mercato il prezzo "locale", perfettamente flessibile, porta in equilibrio domanda ed offerta in ogni periodo (ipotesi di *market-clearing*). Tale prezzo, sul mercato z, è indicato da $p_t(z)$.[2] La quantità di prodotto offerta su ciascun mercato z, $y_t(z)$, è descritta dalla seguente *funzione di offerta "locale"*

$$y_t(z) = y_{n\,t} + \gamma\,(p_t(z) - E(p_t \mid I_t(z))) \qquad \gamma > 0 \tag{2.1}$$

dove $y_{n\,t}$ rappresenta il livello "naturale" di produzione (uguale per tutti i mercati e determinato da fattori di lungo periodo come l'accumulazione di capitale e la crescita della popolazione) e il parametro γ riflette le proprietà, anch'esse uguali in tutti i mercati, della tecnologia e dell'offerta di lavoro sul mercato locale (da qui la sua natura "strutturale"). I produttori offrono una quantità di output maggiore di $y_{n\,t}$ se il prezzo osservato localmente è maggiore del livello generale dei prezzi p_t atteso dai produttori locali sulla base dell'insieme di informazioni a loro disposizione, $I_t(z)$. Tali informazioni comprendono il valore *osservato* del prezzo locale $p_t(z)$ e le caratteristiche delle distribuzioni di probabilità di p_t e $p_t(z)$. In particolare ipotizziamo che:

$$\begin{aligned} p_t &= \bar{p}_t + v_t \qquad \text{con} \quad v_t \sim N(0, \sigma^2) && (2.2) \\ p_t(z) &= p_t + z_t \\ &= \bar{p}_t + v_t + z_t \quad \text{con} \quad z_t \sim N(0, \tau^2) && (2.3) \end{aligned}$$

Il livello generale dei prezzi p_t è distribuito normalmente intorno ad una media $\bar{p}_t$ (perfettamente conosciuta dai produttori locali); v_t denota il disturbo aggregato di domanda, con media nulla e varianza σ^2 (anch'essa conosciuta dai produttori). Il prezzo locale è la somma di p_t e del disturbo locale di domanda z_t (con media zero, varianza τ^2, e con la proprietà che la somma di tutti gli shock locali è pari a zero, $\sum_1^N z_t = 0$, e quindi non influenza il livello generale del prezzo; inoltre, non

[2] Nella formalizzazione descritta, lettere minuscole denotano il logaritmo della corrispondente variabile: ad esempio $p_t(z) \equiv \log P_t(z)$.

vi è correlazione fra v_t e z_t). La distribuzione di $p_t(z)$ è quindi normale intorno a $\bar{p}_t$ e ha varianza $\sigma^2 + \tau^2$. Per decidere l'offerta ottimale, i produttori locali utilizzano razionalmente le informazioni riguardanti la distribuzione di p_t nella (2.2) e l'osservazione del prezzo locale $p_t(z)$ per formarsi un'aspettativa del livello generale dei prezzi. Tale aspettativa è *razionale* nel senso che è calcolata come valore atteso (*mathematical expectation*) di p_t condizionale a $p_t(z)$ e alle proprietà delle distribuzioni: $E(p_t \mid p_t(z))$. Date le proprietà nella (2.2) e nella (2.3) le due variabili hanno la seguente distribuzione congiunta normale:

$$\begin{pmatrix} p_t \\ p_t(z) \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \bar{p}_t \\ \bar{p}_t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma^2 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & \sigma^2 + \tau^2 \end{pmatrix} \right] \tag{2.4}$$

dove la matrice raccoglie le varianze e la covarianza dei prezzi p_t e $p_t(z)$. Data la distribuzione congiunta in (2.4) possiamo calcolare il valore atteso condizionale come:[3]

$$\begin{aligned} E(p_t \mid p_t(z)) &= \bar{p}_t + \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \tau^2} (p_t(z) - \bar{p}_t) \\ &= \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2} \bar{p}_t + \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \tau^2} p_t(z) \\ &\equiv \theta \, \bar{p}_t + (1 - \theta) \, p_t(z) \end{aligned} \tag{2.5}$$

dove $\theta \equiv \frac{\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}$. Il valore atteso dai produttori locali utilizza in modo ottimale l'informazione contenuta nel prezzo locale per inferire il livello generale dei prezzi p_t. Il "peso" attribuito al prezzo locale nella formazione dell'aspettativa è dato da $1 - \theta \equiv \frac{\sigma^2}{\sigma^2+\tau^2}$ e dipende negativamente dalla varianza dello shock locale τ^2 e positivamente dalla varianza del disturbo aggregato σ^2. Intuitivamente, se lo shock aggregato ha varianza elevata rispetto al disturbo locale, il prezzo locale

[3] Nella derivazione della (2.5) si è utilizzata la seguente proprietà della distribuzione normale congiunta di due generiche variabili casuali x e y:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \right]$$

La distribuzione di x condizionato a y è ancora normale con media e varianza date da:

$$x \mid y \sim N \left[\bar{x} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y}), \sigma_x^2 - \frac{(\sigma_{xy})^2}{\sigma_y^2} \right]$$

$p_t(z)$ avrà un contenuto informativo notevole per costruire l'aspettativa del prezzo p_t e riceverà quindi un peso relativamente grande nella (2.5). Il caso opposto si verifica invece se τ^2 è relativamente elevato: in questo caso movimenti del prezzo locale riflettono principalmente disturbi sul singolo mercato e $p_t(z)$ avrà peso minore nella determinazione del valore atteso di p_t. Il problema informativo dei produttori è un caso di *signal extraction*: essi devono "estrarre" una stima del "segnale" a cui sono interessati (nel nostro caso p_t), distinguendolo da un elemento di "*noise*" (il disturbo locale z_t), avendo a disposizione solo l'osservazione della loro somma (il prezzo locale $p_t(z)$).

Sostituendo la (2.5) nella funzione di offerta locale (2.1) otteniamo:

$$y_t(z) = y_{n\,t} + \gamma\,\theta\,(p_t(z) - \bar{p}_t) \tag{2.6}$$

che lega le deviazioni della produzione dal suo valore naturale agli scostamenti del prezzo locale dalla media del livello generale dei prezzi $\bar{p}_t$. La "pendenza" di questa curva di offerta è data da $\gamma\,\theta$ e quindi dipende non più solo dal parametro strutturale γ ma anche, attraverso θ, dal rapporto relativo fra le varianze dei disturbi locale ed aggregato. Diversi rapporti fra la variabilità di v e quella di z influiscono quindi sull'effetto reale (in termini di produzione) di movimenti nei prezzi locali. Questa caratteristica non si avrebbe nel caso di perfetta informazione, se i produttori locali potessero osservare direttamente anche il livello generale del prezzo p_t.

Utilizzando la media della (2.6) sugli N mercati otteniamo una misura dell'offerta *aggregata* nell'economia:

$$\begin{aligned}
\frac{\sum_1^N y_t(z)}{N} &= y_{n\,t} + \gamma\,\theta\,\frac{\sum_1^N (p_t(z) - \bar{p}_t)}{N} \\
&= y_{n\,t} + \gamma\,\theta\,\frac{\sum_1^N v_t + \sum_1^N z_t}{N} \\
&= y_{n\,t} + \gamma\,\theta\,v_t \\
\\
\Rightarrow \qquad y_t &= y_{n\,t} + \gamma\,\theta\,(p_t - \bar{p}_t)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

(dove si è fatto uso della proprietà di somma nulla dei disturbi locali, $\sum_1^N z_t = 0$, e si è utilizzata la (2.2) per esprimere $v_t = p_t - \bar{p}_t$). L'equazione (2.7), nota come "curva di offerta alla Lucas" (*Lucas supply curve*), indica che deviazioni della produzione aggregata dal suo livello naturale dipendono positivamente dalle variazioni non prevedibili del livello aggregato dei prezzi p_t. Come nel caso delle offerte locali, anche la "pendenza" dell'offerta aggregata dipende non solo dal parametro strutturale γ ma anche da θ e quindi dalle varianze relative dei disturbi di domanda. Più è elevata (in termini relativi) la varianza del disturbo aggregato, più la curva di offerta tenderà ad essere "verticale" (nel tradizionale piano p, y), dal momento che variazioni dei prezzi nei mercati locali vengono attribuite principalmente a movimenti nel livello generale p_t e producono solo limitati adeguamenti dell'offerta.

Nella formulazione del lato dell'offerta di beni si è ipotizzato che gli agenti siano a conoscenza della "vera" distribuzione di probabilità del livello dei prezzi p_t e su questa basino le proprie aspettative. Per verificare la "razionalità" delle aspettative formate secondo la (2.5), occorre derivare il livello generale dei prezzi di equilibrio e valutarne la distribuzione. A tal fine completiamo il modello introducendo una funzione di *domanda aggregata* estremamente semplificata:

$$y_t = m_t - p_t \tag{2.8}$$

che coglie la proprietà essenziale della domanda aggregata, consistente in una relazione negativa fra livello dei prezzi e output. La variabile m_t può essere interpretata sia come quantità nominale di moneta offerta dalle autorità monetarie sia, più in generale, come un indice del livello *nominale* della domanda aggregata.[4] Uguagliando offerta e domanda aggregate, date dalla (2.7) e dalla (2.8) otteniamo il livello dei prezzi di equilibrio:

$$p_t = \frac{1}{1+\gamma\,\theta}\,m_t - \frac{1}{1+\gamma\,\theta}\,y_{n\,t} + \frac{\gamma\,\theta}{1+\gamma\,\theta}\,\bar{p}_t \tag{2.9}$$

Il valore atteso del livello generale dei prezzi, $\bar{p}_t \equiv E(p_t)$, può essere calcolato direttamente dalla (2.9) prendendo il valore atteso $E(.)$ di entrambi i membri e risolvendo per $\bar{p}_t$:[5]

$$\bar{p}_t = E(m_t) - y_{n\,t} \tag{2.10}$$

Il valore atteso dei prezzi dipende quindi dalla componente attesa della moneta (o domanda nominale), oltre che dal livello (conosciuto) di output naturale. Sostituendo il valore atteso (2.10) nella (2.9) e riorganizzando i termini, otteniamo

[4]Riscrivendo la (2.8) come $y_t + p_t = m_t$ risulta più evidente l'interpretazione di m_t come indicatore del livello nominale di domanda aggregata, essendo $y_t + p_t$ ($\equiv \log(Y_t P_t)$) l'output nominale. E' questa la formulazione della domanda aggregata adottata da Lucas (1973).

[5]Si noti che $\bar{p}_t$ rappresenta il valore atteso dei prezzi *non condizionale* al livello del prezzo sul singolo mercato, ma ottenuto sulla base soltanto dell'informazione *aggregata* disponibile.

l'espressione finale per il livello dei prezzi di equilibrio:

$$p_t = \underbrace{E(m_t) - \; y_{n\,t}}_{\bar{p}_t} + \underbrace{\frac{1}{1+\gamma\,\theta}\,(m_t - E(m_t))}_{v_t} \tag{2.11}$$

La (2.11) permette di dare un contenuto economico alle deviazioni di p_t dalla sua media $\bar{p}_t$: esse sono determinate dalla componente inattesa della moneta (o domanda nominale), $m_t - E(m_t)$. Infine, utilizzando la (2.10) e la (2.9) nell'offerta aggregata (2.7) otteniamo il livello di output di equilibrio:

$$y_t = y_{n\,t} + \frac{\gamma\,\theta}{1+\gamma\,\theta}\,(m_t - E(m_t)) \tag{2.12}$$

da cui si vede come solo la componente inattesa della domanda aggregata influenza l'output, mentre la componente perfettamente prevista, $E(m_t)$, ha effetto solo sul livello generale dei prezzi p_t. Il meccanismo economico che determina effetti reali di disturbi puramente nominali (la componente inattesa di m_t) è basato sull'esistenza di informazione imperfetta da parte dei produttori sulla natura dei disturbi che si riflettono sui prezzi locali. In questa situazione, un aumento non previsto della domanda nominale viene in parte attribuito ad un disturbo "locale", che muove il livello dei prezzi sul singolo mercato relativamente al livello generale. La risposta ottimale dei produttori sarà un aumento dell'offerta, con conseguente aumento della produzione aggregata. Tale risposta è tanto più forte quanto più è elevata la variabilità (relativa) dei disturbi locali (data dal rapporto τ^2/σ^2) e quindi quanto più elevato è θ.

2.2. Implicazioni

Il modello di Lucas ha notevoli implicazioni in termini di politica economica e pratica econometrica.

Il trade-off fra output e inflazione. Il modello fornisce un fondamento microeconomico all'idea di Friedman che imperfezioni informative sono in grado di generare una correlazione positiva fra movimenti nelle variabili nominali (quantità di moneta o, più in generale, domanda aggregata nominale) e reali (occupazione, produzione).

La versione di Lucas non si basa su un meccanismo adattivo di formazione delle aspettative ma ipotizza che gli operatori utilizzino razionalmente le informazioni in loro possesso. Ne deriva una *curva di Phillips* che lega variazioni non previste della domanda nominale a deviazioni della produzione dal suo livello naturale.

L'adozione dell'ipotesi di aspettative razionali porta alla sostituzione della distinzione di Friedman fra curva di Phillips di breve e di lungo periodo con quella fra curva di Phillips valida per la componente inattesa della domanda e curva di Phillips valida per variazioni attese: quest'ultima non mostra alcun trade-off fra inflazione e output.

La "critica di Lucas". La derivazione della curva di offerta e dei livelli di prezzi e output di equilibrio ha mostrato che la relazione fra movimenti nelle variabili nominali e reali dipende non solo da parametri "strutturali" (che riflettono caratteristiche dell'economia che non vengono alterate da variazioni nel processo che genera la domanda aggregata e in particolare dalle politiche economiche di gestione della domanda e quindi sono parametri "*policy-invariant*" come γ nel modello), ma anche da parametri che si modificano se le proprietà della domanda aggregata e le politiche economiche in atto subiscono variazioni (e per questo vengono definiti "non strutturali"). E' il caso del parametro θ, che concorre insieme a γ a determinare l'effetto sull'output di movimenti inattesi della domanda aggregata (la "pendenza" della curva di offerta) e che dipende dalle varianze relative dei disturbi locali ed aggregati, su cui la politica monetaria può direttamente avere influenza. In questa situazione, la relazione fra prezzi e output non è una caratteristica stabile dell'economia ma può variare a seconda della politica economica adottata. Questa idea (espressa da Lucas nell'articolo "Econometric policy evaluation: a critique", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 1976) è nota come "*critica di Lucas*" ai modelli economici (ed econometrici) tradizionali, in cui le relazioni di comportamento degli agenti economici venivano implicitamente trattate come invarianti al mutare delle politiche economiche.

Un esempio di applicazione empirica ispirata a questa critica è offerta dal test del modello di Lucas (1973) presentato dallo stesso autore. Dalla (2.12) il coefficiente che lega in equilibrio l'output alla componente inattesa della domanda aggregata può essere espresso, utilizzando la definizione di θ, in termini delle varianze σ^2 e τ^2:

$$\frac{\gamma\,\theta}{1+\gamma\,\theta} = \frac{\gamma\,\tau^2}{\sigma^2 + (1+\gamma)\,\tau^2} \tag{2.13}$$

A parità di τ^2 e γ il coefficiente è decrescente in σ^2. L'idea del test è verificare se, confrontando economie caratterizzate da un diverso livello di variabilità della domanda aggregata (σ^2), vi è una sistematica correlazione negativa fra le stime di σ^2 e del coefficiente stimato dalla (2.12). L'evidenza empirica presentata da

Lucas per un campione di paesi sostanzialmente conferma questa implicazione del modello.

Il punto messo in luce da Lucas è generale e, nei modelli con aspettative razionali, è conseguenza immediata del fatto che gli operatori, nel formare aspettative sulle variabili rilevanti, incorporano anche ciò che sanno sul tipo di politiche economiche in atto. Dal punto di vista della pratica econometrica, ne deriva che i parametri che definiscono tali politiche contribuiscono a determinare anche il comportamento degli agenti. Mutamenti nelle politiche economiche si riflettono quindi sui parametri delle equazioni che descrivono il comportamento degli agenti economici, rendendo inappropriati i valori stimati sulla base dell'esperienza passata per simulare gli effetti delle nuove politiche.

3. Nuova Macroeconomia Classica: la proposizione di inefficacia della politica economica

Le idee principali formalizzate dal modello di Lucas (1973) sono state riprese e approfondite dalla scuola macroeconomica nota come "*Nuova Macroeconomia Classica*" (NMC). Caratteristica comune dei modelli che fanno riferimento a questa teoria (elaborati, oltre a Lucas, anche da Sargent, Wallace e Barro) è il tentativo di fondare una spiegazione delle fluttuazioni economiche, e in particolare dei co-movimenti fra inflazione e produzione, interamente sul postulato di equilibrio in tutti i mercati (*market-clearing*), in aperto contrasto con i modelli tradizionali di ispirazione keynesiana fondati su rigidità dei prezzi nei mercati del lavoro e dei beni che non permettono l'immediato e continuo raggiungimento dell'equilibrio fra domanda ed offerta. Combinando l'ipotesi di *market-clearing* con l'assunzione di formazione razionale delle aspettative da parte degli agenti, i teorici della NMC giungono a conclusioni estreme sulla (in)efficacia delle politiche economiche basate sulla gestione della domanda aggregata.

In generale, gli elementi caratteristici dei modelli della NMC sono:

- l'ipotesi dell'esistenza di un *tasso naturale di disoccupazione* (e, conseguentemente, di produzione), determinato esclusivamente da variabili reali;
- l'ipotesi di *market-clearing* continuo ed istantaneo su tutti i mercati assicurato dalla perfetta flessibilità dei prezzi;
- infine, l'ipotesi di *aspettative razionali.*

Sulla base di tali ipotesi i contributi fondamentali di questo filone teorico giungono a formulare la *proposizione di inefficacia* delle politiche economiche (*policy ineffectiveness proposition*).

3.1. Un modello "tipo" della NMC: struttura e soluzione

Il modello che segue, che semplifica quello proposto da Sargent e Wallace (*Journal of Monetary Economics* 1976), consente una presentazione formale della proposizione di inefficacia, fornendo anche un esempio di applicazione di una particolare tecnica di soluzione dei modelli con aspettative razionali che risulterà utile nel seguito.

La struttura del modello è basata sullo schema macroeconomico elementare IS-LM-AS e sulle tre ipotesi sopra ricordate (nelle equazioni del modello tutte le variabili, tranne il tasso di interesse nominale, sono espresse in logaritmi e tutti i parametri sono positivi). Le curve IS e LM hanno una formulazione tradizionale:

$$\begin{aligned} y_t &= -b\ (i_t - E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)) + v_{1t} && (3.1) \\ m_t - p_t &= y_t - d\, i_t + v_{2t} && (3.2) \end{aligned}$$

dove y, m e p rappresentano rispettivamente il livello della produzione aggregata, la quantità di moneta in circolazione ed il livello dei prezzi. Per semplicità, il livello naturale di produzione è supposto costante nel tempo e normalizzato a zero (in logaritmo): possiamo quindi interpretare y come deviazione dal livello naturale di output. Infine, i è il tasso di interesse nominale e v_1 e v_2 sono due disturbi con la proprietà: $E_{t-1}v_{1t} = E_{t-1}v_{2t} = 0$. L'equazione (3.1) descrive una semplice relazione negativa fra domanda di beni e tasso di interesse reale (a sua volta espresso come tasso nominale al tempo t meno tasso di inflazione fra t e $t+1$ atteso -razionalmente- sulla base di tutte le informazioni disponibili al termine del periodo $t-1$). L'equazione (3.2) descrive l'equilibrio sul mercato monetario, imponendo l'uguaglianza fra offerta e domanda di moneta in termini reali (quest'ultima dipendente positivamente dal reddito y, con elasticità unitaria per semplicità, e negativamente dal tasso di interesse nominale i). v_1 e v_2 hanno quindi l'interpretazione di disturbi rispettivamente alla domanda di beni e alla domanda di moneta. Combinando la IS (3.1) e la LM (3.2) ed eliminando il tasso di interesse nominale i_t, otteniamo la seguente funzione di *domanda aggregata* (AD):

$$y_t = \alpha\ (m_t - p_t) + \beta\, E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + v_t \tag{3.3}$$

dove $\alpha \equiv \frac{b}{b+d}$, $\beta \equiv \frac{bd}{b+d}$ e $v_t \equiv \left(\frac{1}{b+d}\right)(d\, v_{1t} - b\, v_{2t})$ rappresenta lo shock composito alla domanda aggregata.

Il lato dell'offerta dell'economia è descritto da una curva di *offerta aggregata* alla Lucas, in cui gli scostamenti della produzione dal suo valore naturale sono dovuti esclusivamente alla componente inattesa del livello dei prezzi e ad un disturbo di offerta u (che può riflettere shock alla tecnologia o all'offerta di lavoro), anch'esso con la proprietà $E_{t-1}u_t = 0$:

$$y_t = \gamma\ (p_t - E_{t-1}p_t) + u_t \tag{3.4}$$

La *politica monetaria* viene attuata mediante la manovra della quantità nominale offerta di moneta m_t secondo una "*feedback rule*" della forma seguente:

$$m_t = m_{t-1} - \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.5}$$

Secondo la (3.5) la moneta reagisce sistematicamente in maniera "anticiclica" (dato il coefficiente negativo $-\delta$) a deviazioni della produzione dal suo livello naturale nel periodo precedente; ε_t denota la componente non sistematica e non prevedibile ($E_{t-1}\varepsilon_t = 0$) dell'offerta di moneta.

Per risolvere il modello composto dalle (3.3), (3.4) e (3.5) utilizziamo una delle tecniche di soluzione dei modelli con aspettative razionali, il *metodo dei coefficienti indeterminati*.

Imponendo l'uguaglianza fra domanda ed offerta aggregate ed utilizzando anche la regola monetaria (3.5), otteniamo una prima espressione per il livello dei prezzi di equilibrio:

$$p_t = \left(\frac{1}{\alpha+\gamma}\right)\left[(\gamma-\beta)\,E_{t-1}p_t + \beta\,E_{t-1}p_{t+1} + \alpha\,m_{t-1} - \delta\alpha\,y_{t-1} + \alpha\,\varepsilon_t + v_t - u_t\right] \tag{3.6}$$

Qui il livello dei prezzi è funzione di variabili passate (m_{t-1} e y_{t-1}), di disturbi contemporanei (ε_t, v_t e u_t) e delle aspettative (formate sulla base dell'insieme di informazioni disponibili al tempo $t-1$) dello stesso livello dei prezzi al tempo t e $t+1$. La tecnica di soluzione che qui utilizziamo consiste nell'ipotizzare una soluzione (lineare) per il livello dei prezzi p_t con coefficienti da determinare in modo che tale soluzione soddisfi la (3.6).

Date le variabili che compaiono nel lato destro della (3.6), possiamo ipotizzare una soluzione per il livello dei prezzi del tipo:

$$p_t = \pi_1 m_{t-1} + \pi_2 y_{t-1} + \pi_3\varepsilon_t + \pi_4 v_t + \pi_5 u_t \tag{3.7}$$

dove π_1, ... π_5 sono per ora generici coefficienti da determinare. Dalla (3.7) possiamo costruire i termini nelle aspettative $E_{t-1}p_t$ e $E_{t-1}p_{t+1}$ (ricordando che i disturbi ε_t, v_t e u_t sono processi stocastici non prevedibili un periodo prima):

$$\begin{aligned} E_{t-1}p_t &= \pi_1 m_{t-1} + \pi_2 y_{t-1} & (3.8)\\ E_{t-1}p_{t+1} &= \pi_1 E_{t-1}m_t + \pi_2 E_{t-1}y_t \\ &= \pi_1 m_{t-1} - \pi_1\delta\,y_{t-1} & (3.9) \end{aligned}$$

dove si sono utilizzate le (3.4) e (3.5) per esprimere i valori attesi al tempo $t-1$ di m_t e y_t. Ora è possibile uguagliare la (3.7) e la (3.6), una volta sostituiti i termini nelle aspettative del prezzo con le loro espressioni date dalle (3.8) e (3.9), ottenendo:

$$
\begin{aligned}
\pi_1 m_{t-1} + \pi_2 y_{t-1} + \pi_3 \varepsilon_t + \pi_4 v_t + \pi_5 u_t = {} & \frac{\gamma - \beta}{\alpha + \gamma} \left(\pi_1 m_{t-1} + \pi_2 y_{t-1}\right) \\
& + \frac{\beta}{\alpha + \gamma} \left(\pi_1 m_{t-1} - \pi_1 \delta y_{t-1}\right) \\
& + \frac{1}{\alpha + \gamma} \left(\alpha m_{t-1} - \alpha \delta y_{t-1} + \alpha \varepsilon_t + v_t - u_t\right)
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

L'ultimo passo della soluzione consiste ora nel trovare i valori dei coefficienti (fino ad ora indeterminati) π che soddisfano l'equazione (3.10). A questo scopo si deve risolvere il sistema di equazioni costruito uguagliando i coefficienti sulla stessa variabile nei membri di sinistra e di destra della (3.10). Abbiamo quindi:

$$
\begin{aligned}
m_{t-1} \; : \quad \pi_1 & = \frac{\gamma - \beta}{\alpha + \gamma} \pi_1 + \frac{\beta}{\alpha + \gamma} \pi_1 + \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \\
& \Rightarrow \quad \pi_1 = 1 \\
y_{t-1} \; : \quad \pi_2 & = \frac{\gamma - \beta}{\alpha + \gamma} \pi_2 - \frac{\beta \delta}{\alpha + \gamma} \pi_1 - \frac{\alpha \delta}{\alpha + \gamma} \\
& \Rightarrow \quad \pi_2 = -\delta \\
\varepsilon_t \; : \quad \pi_3 & = \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \\
v_t \; : \quad \pi_4 & = \frac{1}{\alpha + \gamma} \\
u_t \; : \quad \pi_5 & = -\frac{1}{\alpha + \gamma}
\end{aligned}
$$

sistema da cui si deriva la soluzione finale per il livello dei prezzi p_t:

$$
p_t = m_{t-1} - \delta y_{t-1} + \frac{1}{\alpha + \gamma} \left(\alpha \, \varepsilon_t + v_t - u_t\right) \tag{3.11}
$$

Dalla (3.11) possiamo ricavare la "sorpresa" nei prezzi che, secondo la curva di offerta (3.4), provoca deviazioni della produzione dal suo livello naturale:

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{\alpha + \gamma}\,(\alpha\,\varepsilon_t + v_t - u_t) \tag{3.12}$$

Infine, sostituendo la (3.12) nella curva AS (3.4) otteniamo la forma finale per la produzione al tempo t:

$$y_t = \frac{\gamma}{\alpha + \gamma}\,(\alpha\,\varepsilon_t + v_t - u_t) + u_t \tag{3.13}$$

Il livello di produzione di equilibrio si discosta dal livello naturale solo in conseguenza di variazioni non prevedibili nella quantità di moneta (ε_t) e di disturbi alla domanda e all'offerta aggregate (v_t e u_t). La particolare regola di politica monetaria seguita dal *policymaker*, sintetizzata dal parametro δ (che misura il grado di anticiclicità della politica stessa), non entra in alcun modo a determinare il livello di output. Risulta quindi impossibile utilizzare la politica monetaria per fini di stabilizzazione del reddito.

Si noti che, se si abbandonasse l'ipotesi di processo stocastico *white noise* a media nulla per gli *shock* (da cui l'implicazione che i disturbi sono completamente imprevedibili), allora solo la parte non prevista di ε_t e v_t avrebbe un effetto sulla produzione, mentre, per ciò che riguarda lo *shock* di offerta u_t, oltre alla parte non prevista -che ha effetti reali attraverso la "sorpresa" nel livello dei prezzi secondo la (3.12)-, anche la parte prevista dello *shock* influenzerebbe la produzione, in quanto l'intero disturbo u_t sposta la curva di offerta aggregata (3.4).

Da formulazioni come la (3.13) deriva la più nota proposizione associata alle teorie della NMC: la politica monetaria non può essere utilizzata sistematicamente per influenzare la produzione. Ogni regola di tipo *feedback* è prevedibile da parte degli agenti, che basano le proprie scelte di (offerta di lavoro e) produzione su aspettative razionali che includono le caratteristiche della regola stessa, e non è quindi in grado di determinare scostamenti della produzione dal livello naturale. Solo variazioni non previste degli strumenti di politica monetaria (qui, la quantità di moneta) hanno effetti sulla produzione, in ogni caso limitati ad un solo periodo di tempo. Il tipo di "curva di Phillips" che risulta dai modelli della NMC è quindi verticale per la componente attesa della politica monetaria e mostra una correlazione positiva fra output e prezzi solo per la parte imprevedibile della politica stessa.

4. Appendice: approfondimento.

Questa *Appendice* presenta una versione in tempo continuo del modello di iperinflazione già utilizzato nella Sezione 1 per confrontare la dinamica dei prezzi nel caso di aspettative adattive e razionali. La soluzione in tempo continuo richiede qualche nozione matematica sulla soluzione di semplici equazioni differenziali, che viene riassunta nella "Digressione matematica" nel seguito.

Come nella Sezione 1, il semplice modello dinamico di cui ci occupiamo si concentra esclusivamente sull'equilibrio nel mercato della moneta in presenza di una quantità di produzione costante. A differenza della versione già analizzata, in cui il tempo era espresso in termini discreti e i successivi periodi indicati da t, $t+1$, ... ora la dimensione temporale è misurata da una variabile t continua e t_0, t_1, ... denotano precisi istanti di tempo. Tutte le variabili economiche, ad esempio la quantità di moneta M e il livello dei prezzi P, sono quindi espresse come funzioni del tempo, $M(t)$ e $P(t)$. L'evoluzione nel tempo delle variabili è descritta semplicemente da $\frac{dM(t)}{dt} \equiv \dot{M}(t)$ e $\frac{dP(t)}{dt} \equiv \dot{P}(t)$, dove per comodità di notazione un punto sopra la variabile indica la sua derivata rispetto al tempo.

In ogni istante l'equilibrio sul mercato della moneta può essere descritto dalla uguaglianza fra una funzione aggregata di domanda di moneta e l'offerta di moneta. La domanda di moneta degli agenti in termini reali, $M^D(t)/P(t)$, dipende positivamente dal livello di produzione disponibile in ogni istante, qui ipotizzato costante ($Y(t) = \bar{Y}$), e negativamente del *tasso di inflazione atteso* nell'immediato futuro (qui rappresentato dall'"istante" di tempo immediatamente successivo), che denotiamo con $\pi^e(t)$. L'offerta nominale di moneta, $M(t)$, è fissata esogenamente. La condizione di equilibrio sul mercato della moneta può essere quindi espressa nel modo seguente:

$$\frac{M(t)}{P(t)} = \bar{Y}\,\mathrm{e}^{-\alpha\,\pi^e(t)} \qquad \alpha > 0\,, \tag{4.1}$$

dove la domanda di moneta è rappresentata da una funzione di agevole trattabilità analitica.[6] Possiamo infatti riesprimere la condizione di equilibrio in termini lineari, applicando i logaritmi ad entrambi i membri della (4.1). Utilizzando lettere

[6] La (4.1) può essere letta nei termini tradizionali della curva *LM*, notando che la domanda di moneta dipende dal tasso di interesse nominale $i = r + \pi^e$, dove r è il tasso di interesse reale. Ipotizzando la costanza nel tempo del tasso reale, $\bar{r}$, la condizione di equilibrio diviene:

$$\frac{M(t)}{P(t)} = \bar{Y}\,\mathrm{e}^{-\alpha(\bar{r}+\,\pi^e(t))} = \left(\mathrm{e}^{-\alpha\bar{r}}\right)\,\bar{Y}\,\mathrm{e}^{-\alpha\,\pi^e(t)}.$$

minuscole per i logaritmi di moneta e prezzi ($m \equiv \log M$, $p \equiv \log P$), otteniamo:

$$m(t) - p(t) = \bar{y} - \alpha \pi^e(t). \tag{4.2}$$

Possiamo concentrarci sulla *dinamica* del *tasso di inflazione* (invece che del livello dei prezzi come nella Sezione 1) differenziando rispetto al tempo t la (4.2) ed ottenendo una versione dinamica dell'equazione di equilibrio sul mercato monetario:

$$\mu(t) - \pi(t) = -\alpha \dot{\pi}^e(t)\,, \tag{4.3}$$

dove $\mu \equiv \dot{m}$ indica il tasso di crescita istantaneo dell'offerta di moneta, $\pi \equiv \dot{p}$ il tasso di inflazione istantaneo[7] e $\dot{\pi}^e$rappresenta la variazione istantanea del tasso *atteso* di inflazione.

Dobbiamo infine completare il modello rappresentato dalla (4.3) con un'ipotesi sulla formazione delle aspettative di inflazione da parte degli agenti. Poniamo qui a confronto le due modalità di formazione delle aspettative già studiate: nel primo caso gli agenti guardano solo all'andamento passato dell'economia (aspettative *adattive* o *backward-looking*), mentre nel secondo essi fanno uso di tutte le informazioni in loro possesso sulla futura evoluzione dell'economia (aspettative *razionali* o *forward-looking*).

Dinamica inflazionistica con aspettative adattive

L'ipotesi di aspettative adattive è contenuta nella seguente equazione che descrive la revisione, da un istante al successivo, dell'inflazione attesa dagli agenti:

$$\dot{\pi}^e(t) = \lambda\left(\pi(t) - \pi^e(t)\right) \qquad \lambda > 0. \tag{4.4}$$

L'inflazione attesa per il "prossimo istante" viene modificata in base alla differenza fra l'inflazione effettiva in "questo istante" e quella prevista nell'istante "immediatamente precedente". Il segno positivo del parametro λ assicura che gli agenti rivedano le aspettative di inflazione in modo da correggere i precedenti errori di previsione: ad esempio, in risposta ad una sottostima dell'inflazione corrente ($\pi > \pi^e$), l'inflazione attesa aumenta ($\dot{\pi}^e > 0$). Questa modalità di formazione delle aspettative è di tipo *backward-looking*: gli agenti utilizzano informazioni desunte dall'andamento *passato* dell'inflazione e non considerano (anche

Rispetto alla formulazione nella (4.1), quindi, l'unica differenza è rappresentata da un termine costante, senza conseguenze per l'interpretazione economica dei risultati.

[7] Su un intervallo di tempo discreto il tasso di crescita della moneta è misurato da $\frac{\Delta M}{M}$. L'equivalente per intervalli di tempo infinitesimi è dato da $\frac{dM}{dt}\frac{1}{M} = \frac{d\ln M}{dt} \equiv \dot{m}$. Un discorso analogo si applica al livello dei prezzi, per cui $\frac{d\ln P}{dt} \equiv \dot{p}$. Per comodità, indichiamo il tasso di crescita della moneta e il tasso di inflazione con i simboli μ e π, al posto di $\dot{m}$ e $\dot{p}$.

se conosciuto) ciò che potrà avvenire in futuro. Per convincersi di questa caratteristica delle aspettative si può risolvere l'equazione (4.4) con le tecniche introdotte nella "Digressione matematica" più avanti, esprimendo il tasso di inflazione attesa in un generico istante T, $\pi^e(T)$, in funzione dei tassi di inflazione verificatisi nel passato a partire da un istante "iniziale" t_0 e poi facendo tendere t_0 a $-\infty$. Si ottiene così:

$$\pi^e(T) = \lambda \int_{-\infty}^{T} \pi(t)\, \mathrm{e}^{-\lambda\,(T-t)} dt. \tag{4.5}$$

L'inflazione attesa in T è quindi una media dei tassi di inflazione effettivi del passato; il segno positivo di λ garantisce che il valore di $\pi^e(T)$ sia "finito", poiché ai tassi di inflazione più lontani nel passato viene assegnata un'importanza sempre minore nella formazione delle aspettative in T. La natura di $\pi^e(T)$ come media ponderata dei tassi di inflazione passati è confermata dal fatto che i "pesi" attribuiti ai termini $\pi(t)$ nella (4.5) sommano a uno: $\int_{-\infty}^{T} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda(T-t)} dt = 1$. [8]

Il sistema di equazioni che ora descrive completamente l'economia è formato dalla (4.3) e dalla (4.4). Per risolverlo, eliminiamo π sostituendone il valore dalla (4.3) nella (4.4), ottenendo la seguente **equazione dinamica** che esprime la *variazione* dell'inflazione attesa $\dot{\pi}^e$ in funzione del *livello* atteso di inflazione π^e e

[8] La soluzione della (4.4) e la sua interpretazione sono immediate se torniamo al caso di tempo misurato in intervalli discreti, in cui la revisione delle aspettative diviene:

$$\pi^e_{t+1} - \pi^e_t = \lambda(\pi_t - \pi^e_t) \Rightarrow \pi^e_{t+1} = \lambda \pi_t + (1-\lambda)\pi^e_t\,, \tag{*}$$

con $0 < \lambda < 1$. Utilizzando la (*) per sostituire il valore passato dell'inflazione attesa, π^e_t, dopo k sostituzioni successive otteniamo:

$$\pi^e_{t+1} = \lambda \sum_{i=0}^{k-1} (1-\lambda)^i \pi_{t-i} + (1-\lambda)^k \pi^e_{t-k}\,.$$

Continuando nelle sostituzioni, per $k \to \infty$ l'ultimo termine nel livello dell'inflazione attesa si annulla e π^e_{t+1} è esprimibile come media ponderata di tutti i tassi di inflazione del passato:

$$\pi^e_{t+1} = \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i \pi_{t-i}\,,$$

con somma dei "pesi" pari a 1: $\lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i = 1$.

del tasso di crescita esogeno della moneta μ:

$$\dot{\pi}^e(t) = \frac{\lambda}{1-\alpha\lambda}\,(\,\mu(t) - \pi^e(t)). \tag{4.6}$$

Possiamo innanzitutto individuare la situazione di *equilibrio stazionario* dell'economia, in cui, per dato valore di μ costante nel tempo, il mercato della moneta è in equilibrio senza ulteriori variazioni dell'inflazione effettiva ed attesa. Ponendo $\dot{\pi}^e = 0$ nelle (4.3) e (4.4) otteniamo immediatamente il tasso di inflazione prevalente in equilibrio stazionario: $\pi = \mu = \pi^e$. In questa situazione non vi sono errori di previsione e quindi non si verificano revisioni delle aspettative inflazionistiche con conseguenti variazioni della quantità domandata di moneta.

La dinamica dell'economia al di fuori dell'equilibrio stazionario dipende dal valore assunto dal termine $\alpha\lambda$. Dalla (4.6) notiamo che solo se $\alpha\lambda < 1$ un valore $\pi^e > \mu$ comporta una diminuzione dell'inflazione attesa ($\dot{\pi}^e < 0$), conducendo il sistema verso l'equilibrio stazionario in cui $\pi^e = \mu$ (e lo stesso vale nel caso di $\pi^e < \mu$). Affinché l'equilibrio sia stabile, quindi, è necessario imporre la condizione $\alpha\lambda < 1$ sui parametri del modello. Sotto tale condizione di stabilità, la (4.6) assume la forma mostrata nel grafico di sinistra nella Figura A1, in cui è anche illustrato il percorso convergente all'equilibrio per due possibili valori di partenza delle aspettative inflazionistiche (grafico di destra). Se la condizione di stabilità non è verificata, l'economia, una volta fuori dall'equilibrio, invece di ritornarvi tende a manifestare tassi di inflazione effettiva ed attesa continuamente crescenti o decrescenti. Intuitivamente, a seguito di una sottostima dell'inflazione corrente ($\pi > \pi^e$), un valore di λ elevato implica un forte aumento delle aspettative di inflazione; se anche α è elevato, si determina una notevole riduzione della domanda reale di moneta. Nella semplice economia che stiamo studiando, una riduzione della domanda di moneta comporta un aumento della domanda di beni, la cui produzione è fissa: la conseguenza è un forte aumento dell'inflazione che amplifica la sottostima iniziale, inducendo ulteriori revisioni al rialzo delle aspettative ed un allontanamento dalla situazione di equilibrio stazionario in cui non vi sono errori di previsione. Nell'analisi seguente faremo sempre uso della condizione di stabilità $\alpha\lambda < 1$.

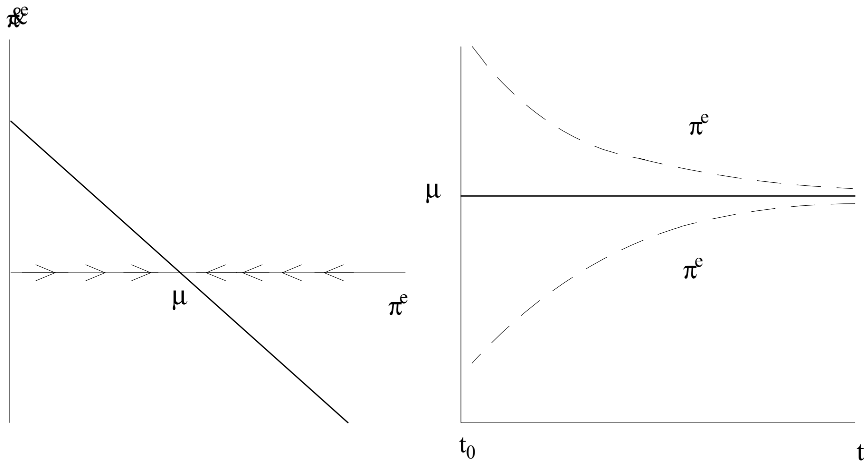

Figura A1: Inflazione attesa con aspettative adattive.

Analizziamo ora la dinamica del sistema in risposta ad un incremento permanente del tasso di crescita della moneta da μ_1 a μ_2 attuato al tempo t_0. Supponiamo che, fino a t_0, l'economia si trovi in una situazione di equilibrio al tasso di inflazione (effettivo ed atteso) $\pi = \mu_1$. L'aumento del tasso di crescita della moneta determina uno spostamento a destra della funzione che descrive la dinamica dell'inflazione attesa (4.6), come mostrato nella Figura A2(a): l'equilibrio stazionario corrispondente al più alto tasso di crescita monetaria, in cui nuovamente $\dot{\pi}^e = 0$, sarà raggiunto ad un tasso di inflazione pari a μ_2.

L'andamento dell'inflazione attesa durante la convergenza al nuovo equilibrio è dato dall'equazione dinamica relativa a μ_2, valida per $t \geq t_0$. In corrispondenza della posizione iniziale, in cui $\pi^e = \mu_1$, $\dot{\pi}^e > 0$ e l'inflazione attesa aumenta gradualmente fino a raggiungere il nuovo livello di equilibrio μ_2, come mostrato dalla linea tratteggiata nella Figura A2(b). L'andamento dell'inflazione effettiva è ricavato considerando la situazione sul mercato della moneta, in cui domanda ed offerta devono essere continuamente in equilibrio. L'aumento del tasso atteso di inflazione determina una immediata riduzione della domanda reale di moneta (membro di destra dell'equazione di equilibrio (4.3)) e un aumento della domanda di beni che, con una produzione costante, genera un incremento del tasso di inflazione. Per riportare l'equilibrio sul mercato monetario in presenza di una minore domanda reale di moneta, anche l'offerta reale di moneta deve diminuire; ma, poiché il tasso di crescita dell'offerta nominale è ora più elevato, l'inflazione deve salire ad un livello superiore al nuovo equilibrio μ_2 per riequilibrare il mercato. Inoltre, il livello di π è superiore all'inflazione attesa e questo errore di previsione giustifica il successivo ulteriore aumento di π^e. Durante il processo di aggiustamento, l'inflazione attesa rallenta la crescita, determinando una progressiva riduzione del tasso di inflazione necessario per l'equilibrio, come mostrato nella Figura A2(b). Al termine del processo dinamico l'inflazione effettiva e quella attesa avranno raggiunto il nuovo livello di equilibrio μ_2, eliminando ogni errore di previsione.

Tali errori sono invece presenti non solo al momento dell'espansione monetaria, ma anche durante tutto il cammino di graduale aggiustamento del sistema, in cui l'inflazione effettiva viene sistematicamente sottostimata dagli agenti. Proprio la persistenza degli errori di previsione, pur in assenza di ulteriori variazioni inattese del tasso di crescita della moneta, rendono l'ipotesi di aspettative adattive fortemente restrittiva e portano a considerare un meccanismo diverso, di tipo *forward-looking*, per la formazione delle aspettative.

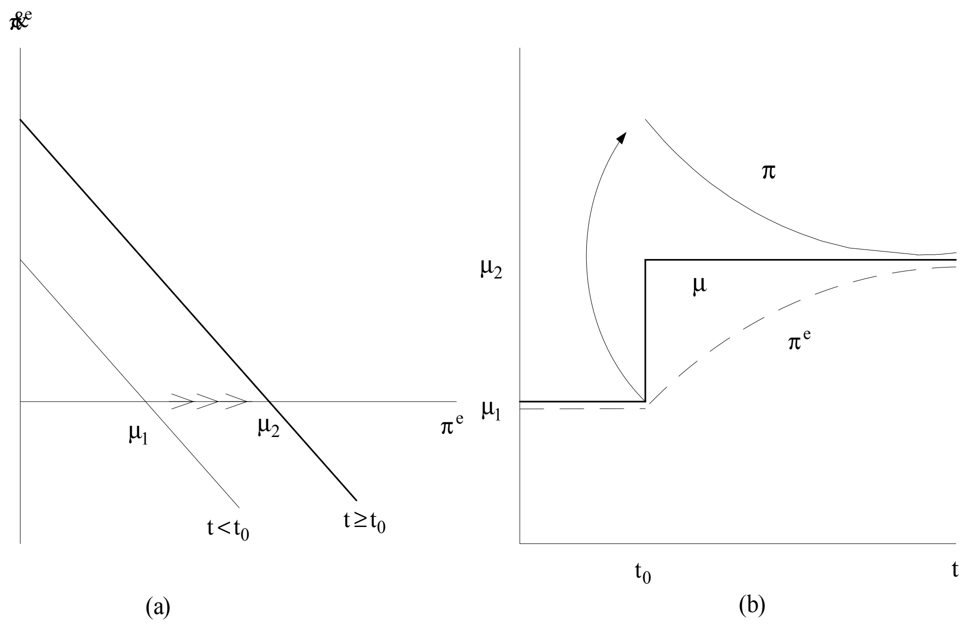

Figura A2: Inflazione, crescita permanente della moneta e aspettative adattive.

Dinamica inflazionistica con aspettative razionali

Nella semplice economia descritta dalla condizione di equilibrio (4.2), in ciascun istante il livello di π dipende dall'inflazione che gli agenti si aspettano nell'immediato futuro, la quale a sua volta dipenderà dalle condizioni di equilibrio sul mercato monetario prevalenti a quella data, ulteriormente dipendenti dalle attese sull'inflazione su periodi ancora successivi. L'orizzonte a cui gli agenti dovrebbero guardare diviene quindi esclusivamente il futuro (aspettative *forward-looking*) e non più il passato. Se gli agenti conoscono il meccanismo che genera l'inflazione nell'economia, dato dalla (4.2), essi si formeranno aspettative di inflazione proiettando "in avanti" l'equilibrio sul mercato monetario, utilizzando tutte le informazioni disponibili sull'andamento futuro del tasso di crescita della moneta. Il fatto che gli agenti formino aspettative di inflazione coerenti con il meccanismo economico che effettivamente determina l'inflazione stessa, descritto dalla (4.2), è la caratteristica essenziale dell'ipotesi di *razionalità* delle aspettative. Qui, come in gran parte della Sezione 1, non essendo presente nel modello considerato alcun elemento stocastico, parleremo di *perfetta previsione* del tasso di inflazione futuro da parte degli agenti.

Questa nuova ipotesi impone quindi che, in assenza di eventi inattesi, gli agenti siano in grado di prevedere esattamente l'andamento del tasso di inflazione, in quanto utilizzano nella previsione proprio la condizione di equilibrio sul mercato monetario che determina in ogni istante il tasso di inflazione stesso. Possiamo formalizzare tale ipotesi imponendo la condizione:

$$\pi^e(t) = \pi(t) \tag{4.7}$$

da cui si ottiene anche $\dot{\pi}^e(t) = \dot{\pi}(t)$. Utilizzando la (4.7) nell'equazione di equilibrio dinamico del mercato della moneta (4.3), otteniamo l'equazione dinamica che descrive il funzionamento dell'intero modello sotto l'ipotesi di perfetta previsione:

$$\begin{aligned} \mu(t) - \pi(t) &= -\alpha\dot{\pi}(t) \\ \Rightarrow \dot{\pi}(t) &= \frac{1}{\alpha}\left[\pi(t) - \mu(t)\right] . \end{aligned} \tag{4.8}$$

L'equazione (4.8) mostra l'evoluzione nel tempo del tasso di inflazione. Come nel caso di aspettative adattive, in equilibrio stazionario (in cui $\dot{\pi} = 0$) l'inflazione è uguale al tasso di crescita della moneta : $\pi = \mu$. Il grafico di sinistra della Figura A3 mostra, per dato valore di μ costante nel tempo, la (4.8) e l'equilibrio stazionario corrispondente. Poiché $\alpha > 0$, ogni livello di inflazione diverso da quello di equilibrio stazionario comporta un percorso dinamico per π divergente dall'equilibrio stesso. Se escludiamo la possibilità di dinamiche inflazionistiche esplosive, in presenza di un tasso di crescita della moneta costante e pari a μ, l'unico livello di π compatibile, in un generico istante t_0, con l'equilibrio stazionario è: $\pi(t_0) = \mu$. Come mostrato nella Figura A3, infatti, ogni valore $\pi(t_0) \neq \mu$ conduce ad aumenti o diminuzioni sempre più accelerate di π.

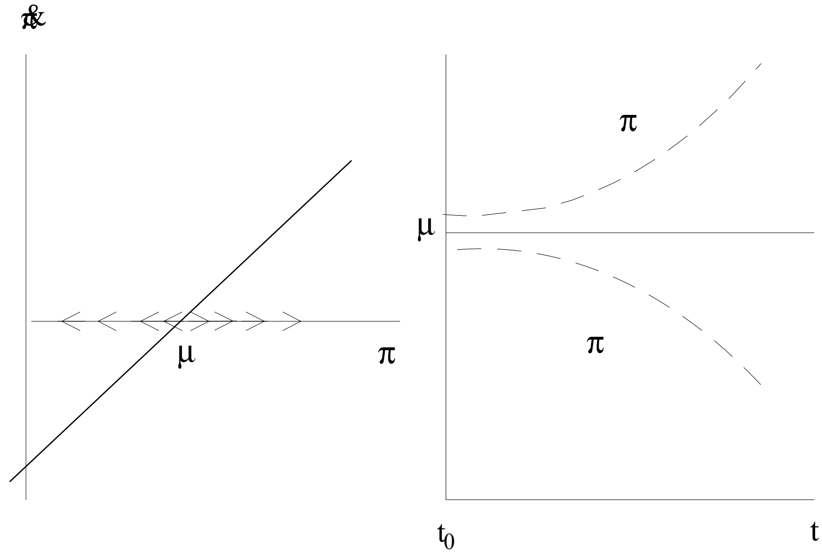

Figura A3: Inflazione attesa e aspettative razionali.

Più in generale, per ogni possibile andamento futuro della crescita monetaria $\mu(t)$, perfettamente conosciuto dagli agenti, possiamo individuare il percorso dinamico dell'inflazione che permette di raggiungere l'equilibrio stazionario. Per far questo è necessario risolvere l'equazione dinamica (4.8), in modo da esprimere il tasso di inflazione in ogni istante di tempo t_0 coerente con le aspettative sull'andamento futuro del tasso di crescita della moneta μ. La digressione matematica qui sotto introduce i necessari strumenti analitici.

Digressione matematica

Consideriamo una generica variabile $x(t)$ espressa in funzione del tempo t, qui misurato da una variabile *continua*. L'evoluzione nel tempo di x è descritta da $\dot{x}(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt}$. In molti modelli economici dinamici (come nel semplice modello di iperinflazione di questa *Appendice*), la dinamica delle variabili rilevanti è descritta da semplici equazioni *differenziali* lineari del tipo:

$$\dot{x}(t) = \lambda\, x(t) + z(t), \tag{4.9}$$

dove λ è una costante e z è una variabile, anch'essa funzione del tempo, che influisce esogenamente sulla dinamica di x. Il problema è trovare una specifica funzione $x(t)$ che, dati λ e $z(t)$, soddisfi l'equazione dinamica (4.9).

Il procedimento di soluzione inizia con la moltiplicazione di ogni termine dell'equazione (4.9) per la funzione $e^{-\lambda t}$, ottenendo:

$$\dot{x}(t)\, e^{-\lambda t} - \lambda x(t)\, e^{-\lambda t} = z(t)\, e^{-\lambda t}. \tag{4.10}$$

Consideriamo ora un generico intervallo di tempo compreso fra un istante "iniziale" t_0 ed uno "finale" T ed integriamo i due membri dell'equazione (4.10):

$$\int_{t_0}^{T} \left[\dot{x}(t)\, e^{-\lambda t} - \lambda x(t)\, e^{-\lambda t}\right] dt = \int_{t_0}^{T} z(t)\, \mathrm{e}^{-\lambda t} dt. \tag{4.11}$$

La soluzione dell'integrale di sinistra si ottiene facilmente osservando che la funzione da integrare, in parentesi quadra, è la derivata prima della funzione composta: $x(t)\, e^{-\lambda t}$. Assumiamo inoltre che la funzione $z(t)$ sia tale da ammettere una soluzione finita, su ogni possibile intervallo di tempo, per l'integrale sul lato destro della (4.11) Possiamo quindi scrivere:

$$\begin{aligned} \left[x(t)\, e^{-\lambda t}\right]_{t_0}^{T} &= \int_{t_0}^{T} z(t)\, e^{-\lambda t} dt \\ \Rightarrow x(T)\, e^{-\lambda T} - x(t_0)\, e^{-\lambda t_0} &= \int_{t_0}^{T} z(t)\, e^{-\lambda t} dt. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Ora abbiamo due possibilità per ottenere la soluzione finale per x.

1. Possiamo fissare una *condizione iniziale*, cioè un valore per la variabile x all'istante t_0, $x(t_0)$, e risolvere per il valore di x al termine dell'intervallo considerato, $x(T)$:

$$x(T) = x(t_0)\, \mathrm{e}^{\lambda(T-t_0)} + \int_{t_0}^{T} z(t)\, \mathrm{e}^{\lambda(T-t)} dt. \tag{4.13}$$

Se allunghiamo all'infinito l'intervallo (t_0, T), considerando una condizione iniziale sempre più lontana nel tempo ($t_0 \to -\infty$), il sistema descritto dalla (4.13) porta ad un valore finito per $x(T)$ solo se $\lambda < 0$. Nel caso contrario ($\lambda > 0$), infatti, $x(T)$ non ammette un limite finito quando $t_0 \to -\infty$ ed il sistema ha una dinamica *esplosiva*. La condizione $\lambda < 0$ assicura la *stabilità* del sistema, in quanto $x(T)$ tende ad un valore finito per $t_0 \to -\infty$. In questo caso, la soluzione della (4.9) è:

$$x(T) = \int_{-\infty}^{T} z(t)\, e^{\lambda(T-t)} dt. \tag{4.14}$$

Il valore finale di x dipende quindi dall'andamento *passato* di z, da $-\infty$ all'istante T stesso. I valori assunti dalla funzione z in ciascun istante passato t contribuiscono alla formazione di $x(T)$ in misura inversamente collegata alla distanza fra t e l'istante finale T. La funzione esponenziale $e^{\lambda(T-t)}$ infatti attribuisce un "peso" decrescente ai valori di $z(t)$ più lontani da T. Il carattere "rivolto al passato" (*backward-looking*) della (4.14) giustifica l'utilizzo di questo tipo di soluzione all'equazione (4.12) nella formalizzazione di un comportamento "adattivo" degli agenti nella formazione delle aspettative, come nei paragrafi 4.1 e 5.2 di questo capitolo.

Esempio: consideriamo il caso semplificato in cui $z(t) = z$ costante. Risolvendo l'integrale nella (4.13) otteniamo:

$$x(T) = x(t_0)\, e^{\lambda(T-t_0)} - \frac{z}{\lambda}\left(1 - e^{\lambda(T-t_0)}\right) \tag{4.15}$$

Se $\lambda < 0$ il sistema è stabile e, data una qualsiasi condizione iniziale $x(t_0)$, $x(T) \to -\frac{z}{\lambda}$ quando $t_0 \to -\infty$. La situazione è descritta graficamente nella Figura A3 (detta "diagramma di fase"), dove è rappresentata l'equazione dinamica (4.9), con $\lambda < 0$, nel piano $(\dot{x},\, x)$. Il punto in cui $\dot{x} = 0$ individua l'equilibrio stabile del sistema: $x = -\frac{z}{\lambda}$. Le frecce indicano il movimento del sistema da posizioni non di equilibrio: se il valore di partenza di x è inferiore (superiore) a quello di equilibrio, $\dot{x} > 0$ ($\dot{x} < 0$) e x aumenta (diminuisce) fino all'equilibrio, confermandone quindi la stabilità.

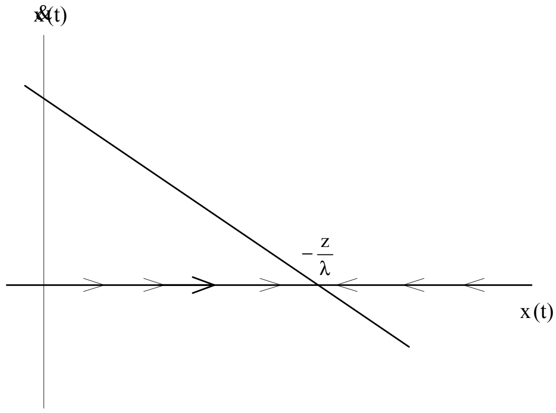

Figura A3: Equilibrio stabile nel diagramma di fase.

2. Il secondo tipo di soluzione si ottiene con un procedimento analogo al precedente, ma ponendo ora una *condizione finale* sull'andamento di x, cioè fissando un valore (finito) per x all'istante T, $x(T)$, e risolvendo per il valore iniziale $x(t_0)$:

$$x(t_0) = x(T)\, e^{-\lambda(T-t_0)} - \int_{t_0}^{T} z(t)\, e^{-\lambda(t-t_0)} dt. \tag{4.16}$$

Se allontaniamo all'infinito la condizione finale ($T \to \infty$), dall'equazione (4.16) si ottiene un valore finito per $x(t_0)$ solo se $\lambda > 0$. In caso contrario, il primo termine sul lato destro della (4.16) tenderebbe ad infinito, rendendo impossibile una soluzione finita per $x(t_0)$. La condizione $\lambda > 0$ assicura quindi, in questo caso, la *stabilità* del sistema. Sotto questa condizione, possiamo esprimere la soluzione della (4.9) come:

$$x(t_0) = -\int_{t_0}^{\infty} z(t)\, e^{-\lambda(t-t_0)} dt. \tag{4.17}$$

Ora l'orizzonte temporale di riferimento per la determinazione di $x(t_0)$ è il futuro, dall'istante t_0 all'infinito. Tutti i valori di $z(t)$ contribuiscono a determinare $x(t_0)$, con "peso" (qui misurato dalla funzione esponenziale $e^{-\lambda(t-t_0)}$) decrescente al crescere della distanza da t_0. Questo secondo tipo di soluzione è appropriato per la formalizzazione di comportamenti "rivolti al futuro" (*forward-looking*) degli agenti nella formazione delle aspettative.

Esempio: ritornando all'esempio utilizzato sopra, risolvendo l'integrale nella (4.16) otteniamo:

$$x(t_0) = x(T)\, e^{-\lambda(T-t_0)} - \frac{z}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda(T-t_0)}\right) \tag{4.18}$$

Se $\lambda > 0$, quando facciamo tendere all'inifinito l'istante finale dell'intervallo considerato, T, $x(t_0) \to -\frac{z}{\lambda}$ ed il sistema ammette soluzione finita. La situazione è descritta graficamente nel diagramma di fase della Figura A4. Con $\lambda > 0$ l'unica soluzione "stabile" per x corrisponde al valore $x(t_0) = -z/\lambda$ calcolato sopra. Ogni altro valore iniziale di x maggiore (minore) di $-z/\lambda$ sarebbe associato a $\dot{x}$ positivi (negativi), che determinerebbero ulteriori allontanamenti dall'unico valore a cui corrisponde $\dot{x} = 0$: x tenderebbe a crescere o a decrescere all'infinito.

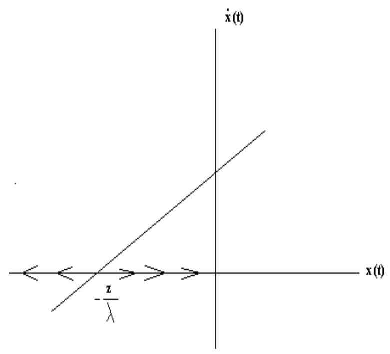

Figura A4: Equilibrio instabile nel diagramma di fase.

Riprendendo il caso delle dinamica inflazionistica con aspettative razionali, il percorso di equilibrio per il tasso di inflazione è determinato risolvendo la (4.8) "in avanti" a partire da un generico istante iniziale t_0, per un dato valore finale di inflazione da raggiungere al tempo T, $\pi(T)$. Al tendere di T ad infinito, l'unico valore iniziale di inflazione che garantisce la convergenza all'equilibrio è dato da:

$$\pi(t_0) = \frac{1}{\alpha} \int_{t_0}^{\infty} \mu(t)\, \mathrm{e}^{-\frac{1}{\alpha}(t-t_0)} dt. \tag{4.19}$$

L'inflazione in t_0 è quindi una media dei futuri tassi di crescita della moneta, con "peso" decrescente al crescere della distanza da t_0. Si può notare infatti che anche in questo caso la somma dei "pesi" nella (4.19) è pari a 1: $\int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\alpha} \mathrm{e}^{-\frac{1}{\alpha}(t-t_0)} dt = 1.$ [9]
Con un andamento futuro di μ perfettamente conosciuto, l'evoluzione nel tempo del tasso di inflazione è coerente con l'equilibrio continuo sul mercato monetario; inoltre, gli agenti non commettono, come nel caso di aspettative adattive, errori sistematici di previsione.

Possiamo ora studiare la dinamica del sistema in seguito a diversi provvedimenti di politica monetaria che alterano il valore del tasso di crescita della moneta nel tempo, facendo attenzione a distinguere fra provvedimenti annunciati anteriormente alla data di attuazione e provvedimenti completamente inattesi dagli agenti. Cominciamo dal caso analizzato in precedenza sotto l'ipotesi di aspettative adattive.

Aumento inatteso e permanente del tasso di crescita della moneta. Consideriamo una variazione del tasso di crescita della moneta dal livello iniziale μ_1, in corrispondenza del quale l'economia si trova in equilibrio con $\pi = \mu_1$, ad un nuovo livello $\mu_2 > \mu_1$. Tale aumento, attuato nell'istante t_0, è *inatteso* da parte degli agenti e ha natura *permanente*. Nel momento in cui μ aumenta, gli agenti possono immediatamente "ricalcolare", utilizzando la (4.19), il livello di inflazione

[9] Il medesimo ragionamento è valido se applicato alla versione in tempo discreto della (4.3) con perfetta previsione, $\mu_t - \pi_t = -\alpha(\pi_{t+1} - \pi_t)$, da cui possiamo esprimere il tasso di inflazione nel periodo t come:

$$\pi_t = \frac{1}{1+\alpha}\mu_t + \frac{\alpha}{1+\alpha}\pi_{t+1}\,. \tag{*}$$

Sostituendo ripetutamente l'inflazione del periodo successivo utilizzando sempre la (*) otteniamo, dopo k sostituzioni:

$$\pi_t = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i \mu_{t+i} + \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^k \pi_{t+k}\,.$$

Per $k \to \infty$, poichè $(\alpha/1+\alpha) < 1$, l'ultimo termine tende ad annullarsi e π_t è esprimibile come media ponderata dei futuri tassi di crescita della moneta:

$$\pi_t = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i \mu_{t+i}\,,$$

con somma dei "pesi" pari a 1: $\frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i = 1.$

che deve verificarsi in t_0 per consentire all'economia una evoluzione nel tempo in equilibrio convergente al nuovo equilibrio stazionario, in cui $\pi = \mu_2$. Poiché, sulla base delle informazioni disponibili, il nuovo tasso di crescita della moneta rimarrà immutato nel tempo al livello μ_2, la soluzione dà: $\pi(t_0) = \mu_2$. Il tasso di inflazione si adegua *immediatamente* al nuovo livello di equilibrio stazionario, senza passare attraverso un graduale processo di aggiustamento. Ciò che distingue la dinamica dell'inflazione con perfetta previsione rispetto a quella sotto l'ipotesi di aspettative adattive non è il livello di inflazione raggiunto in equilibrio stazionario (pari in entrambi i casi a μ_2) ma l'assenza di un percorso di aggiustamento caratterizzato da sistematica sottostima del tasso di inflazione effettivo.

Nella Figura A5(a) la dinamica del sistema è descritta dalle due equazioni (4.8) corrispondenti ai due tassi di crescita della moneta μ_1 e μ_2. Al tempo t_0 l'equazione rilevante per l'economia diviene quella corrispondente a μ_2; se, per assurdo, gli agenti *non* adeguassero in maniera razionale le proprie aspettative, il tasso di inflazione rimarrebbe al livello iniziale μ_1, dando inizio ad un processo di crescente *deflazione* ($\dot{\pi} < 0$) senza mai raggiungere una nuova posizione di equilibrio. Quando invece gli agenti adeguano le aspettative in modo *forward-looking*, il tasso di inflazione aumenta in t_0 al nuovo livello di equilibrio μ_2 (Figura A5(b)).[10]

[10] Dalla (4.2) si può notare che nel nuovo equilibrio stazionario, in corrispondenza di un più elevato tasso di inflazione, la quantità reale di moneta è inferiore a quella presente nell'equilibrio iniziale. Questo aggiustamento, necessario per mantenere l'equilibrio sul mercato monetario, è ottenuto mediante un adeguamento discreto del livello dei prezzi nell'istante t_0, tale da portare lo *stock* reale di moneta al nuovo (più basso) livello di equilibrio: $m - p = \bar{y} - \alpha\mu_2$.

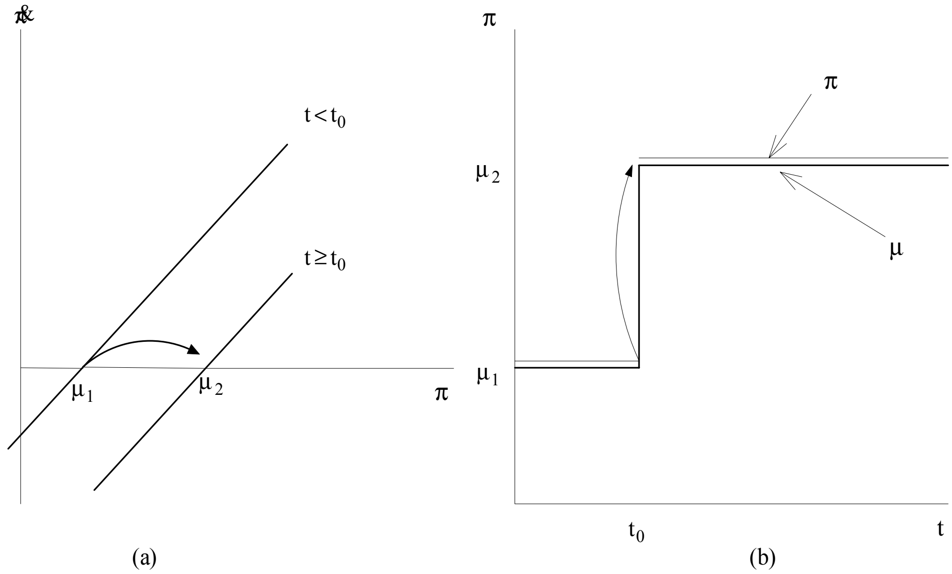

Figura A5: Inflazione con aumento inatteso permanente della crescita monetaria.

Annuncio di un aumento futuro permanente del tasso di crescita della moneta. Ora supponiamo che al tempo t_0 venga *annunciato* l'aumento del tasso di crescita della moneta da μ_1 a μ_2 *a partire dal tempo* t_1, con $t_1 > t_0$. Gli agenti possono così incorporare nell'insieme di informazioni a disposizione quella relativa al futuro aumento del tasso di crescita della moneta (facciamo implicitamente l'ipotesi che l'annuncio sia ritenuto credibile). Se la modalità di formazione delle aspettative fosse adattiva, una tale informazione non avrebbe effetto sull'inflazione attesa, e conseguentemente su quella effettiva, durante tutto il periodo di tempo che intercorre fra l'annuncio, in t_0, e l'attuazione dell'aumento in t_1.

Con aspettative orientate al futuro, invece, gli agenti reagiscono *immediatamente*, al momento dell'annuncio, alla nuova informazione sul corso futuro della politica monetaria. Essi sono in grado di calcolare il nuovo livello di inflazione di equilibrio al tempo t_1, quando il tasso di crescita della moneta effettivamente aumenterà: tale livello di equilibrio è, come visto in precedenza, proprio μ_2. Inoltre, gli agenti individuano il percorso che l'economia deve compiere per trovarsi, al tempo t_1 nella situazione di equilibrio desiderata, cioè con $\pi(t_1) = \mu_2$.

Per portarsi su questo percorso convergente al nuovo equilibrio è necessario un aumento del tasso di inflazione già al momento dell'annuncio: $\pi(t_0)$ aumenta dal livello di equilibrio iniziale μ_1 ad un valore più elevato ma minore di μ_2. In

t_0, quindi, l'inflazione aumenta senza che il tasso di crescita della moneta sia variato. Graficamente (Figura A6) l'economia continua a muoversi, fra l'annuncio e l'attuazione del provvedimento di politica monetaria (per $t_0 \leq t < t_1$) secondo la dinamica indicata dall'equazione (4.8) corrispondente all'effettivo tasso di crescita della moneta nel periodo: μ_1. Un aumento discreto dell'inflazione in t_0, quindi, determina aumenti successivi sempre più elevati dell'inflazione stessa ($\dot{\pi} > 0$) fino a raggiungere, al tempo t_1, esattamente il nuovo livello di equilibrio μ_2. In t_1 la curva che descrive la dinamica del sistema nella Figura A6(a) si sposta nella nuova posizione, corrispondente all'aumentato valore di μ ed il sistema si trova nella nuova posizione di equilibrio stazionario.

Il comportamento degli agenti può essere facilmente spiegato, dal punto di vista economico, notando che, al momento dell'annuncio della futura espansione monetaria, essi sono in grado di prevedere un più elevato livello di inflazione di equilibrio da t_1 in poi. L'aumento dell'inflazione attesa per il futuro si traduce in una riduzione della domanda di moneta già in t_0, con conseguente aumento della domanda di beni e innalzamento immediato del tasso di inflazione corrente. La riduzione della domanda di moneta e la pressione sul mercato dei beni si esauriscono quando il tasso di inflazione ha raggiunto il livello compatibile con il successivo percorso convergente al nuovo equilibrio in t_1.

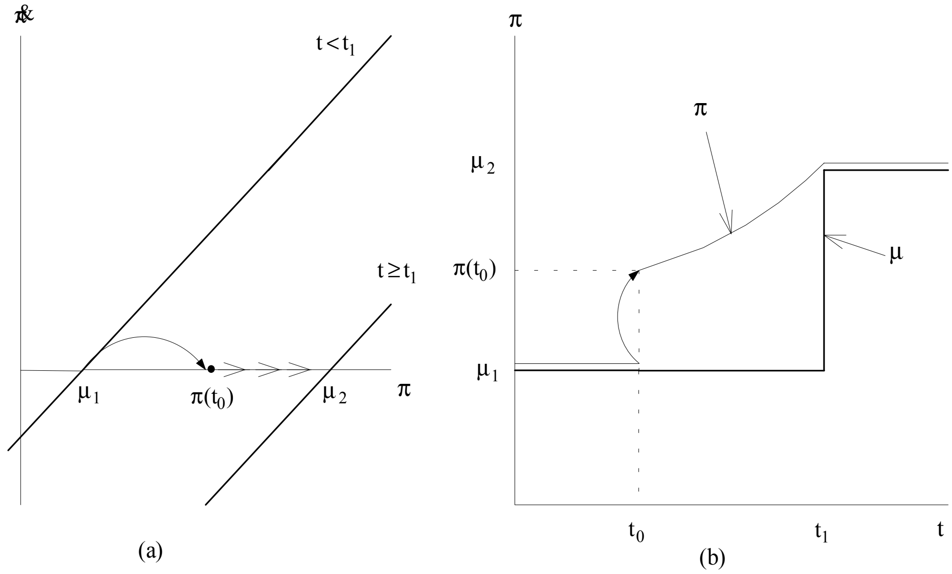

Figura A6: Inflazione e aumento atteso permanente della crescita monetaria.

E' possibile calcolare esattamente il tasso di inflazione che si determina al momento dell'annuncio, $\pi(t_0)$, riscrivendo la (4.8) come:

$$\dot{\pi}(t) = \frac{1}{\alpha}\pi(t) - \frac{1}{\alpha}\mu(t),$$

Il fatto che $1/\alpha > 0$ consente di applicare il procedimento di soluzione di tipo forward-looking descritto nella "Digressione matematica", ottenendo una soluzione finita per $\pi(t_0)$. Per data condizione finale sul tasso di inflazione $\pi(T)$, il valore di $\pi(t_0)$ è dato da:

$$\pi(t_0) = \pi(T)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{\alpha}(T-t_0)} + \int_{t_0}^{T} \frac{1}{\alpha}\,\mu(t)\,e^{-\frac{1}{\alpha}(t-t_0)}dt. \tag{4.20}$$

Nel caso che stiamo analizzando il tasso di crescita della moneta ha il seguente andamento:

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_1 & \text{per} \quad t_0 \leq t < t_1 \\ \mu_2 > \mu_1 & \text{per} \quad t \geq t_1. \end{cases}$$

L'integrale nel membro di destra della (4.20) è calcolabile come segue:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{T} \frac{1}{\alpha}\,\mu(t)\,e^{-\frac{1}{\alpha}(t-t_0)}dt &= \int_{t_0}^{T} \frac{1}{\alpha}\,\mu_1\,e^{-\frac{1}{\alpha}(t-t_0)}dt + \\ \int_{t_1}^{T} \frac{1}{\alpha}\,(\mu_2-\mu_1)\;e^{-\frac{1}{\alpha}(t-t_0)}dt &= \mu_1\left(1-e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t_0)}\right) + \\ &+ (\mu_2-\mu_1)\left(e^{-\frac{1}{\alpha}(t_1-t_0)} - e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t_0)}\right) \end{aligned}$$

Sostituendo questa soluzione nella (4.20) otteniamo:

$$\begin{aligned} \pi(t_0) &= \pi(T)\,e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t_0)} + \mu_1\left(1-e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t_0)}\right) + \\ & \quad (\mu_2-\mu_1)\left(e^{-\frac{1}{\alpha}(t_1-t_0)} - e^{-\frac{1}{\alpha}(T-t_0)}\right) \end{aligned}$$

e, per $T \to \infty$, il tasso di inflazione in t_0 (data dell'annuncio della futura espansione monetaria) diviene:

$$\pi(t_0) = \mu_1 + (\mu_2-\mu_1)\;e^{-\frac{1}{\alpha}(t_1-t_0)}.$$

L'aumento dell'inflazione in t_0 rispetto al valore di equilibrio iniziale μ_1 è dunque direttamente proporzionale all'entità dell'aumento futuro di μ, $\mu_2 - \mu_1$, ed è inversamente correlato con la distanza temporale fra il momento dell'annuncio e l'effettiva attuazione dell'espansione monetaria, $t_1 - t_0$. Inoltre, l'aumento dell'inflazione in t_0 è tanto più elevato quanto più la domanda di moneta è reattiva al tasso atteso di inflazione, cioè quanto più è elevato (in valore assoluto) il parametro α.

Esercizi

1. (*Aspettative e dinamica dei prezzi*) Supponete che il mercato di un bene sia descritto dalle seguenti funzioni di domanda ed offerta e dalla condizione di equilibrio (*market clearing*):

$$\begin{aligned} q_t^D &= a_0 - a_1 p_t \\ q_t^S &= b_0 + b_1 p_{t-1,t}^e + u_t \\ q_t^D &= q_t^S \equiv q_t \end{aligned}$$

dove q_t^D e q_t^S rappresentano rispettivamente la quantità domandata ed offerta del bene al tempo t, u_t è un disturbo stocastico all'offerta del bene di tipo *white noise* distribuito normalmente, $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$. Tutti i parametri del modello sono positivi. La domanda del bene al tempo t dipende negativamente dal prezzo p_t in maniera deterministica, mentre l'offerta al tempo t dipende positivamente dal prezzo *atteso* un periodo prima, $p_{t-1,t}^e$, ed è influenzata dallo shock u_t.

   (a) Determinate il livello del prezzo di equilibrio del bene p_t e spiegatene la dipendenza dal prezzo atteso $p_{t-1,t}^e$.

   (b) Ipotizzando un meccanismo di formazione delle aspettative di tipo *razionale*, tale per cui $p_{t-1,t}^e = E_{t-1} p_t$, trovate l'espressione per il prezzo di equilibrio p_t. Da che cosa è determinato l'errore di previsione in ciascun periodo t?

   (c) Calcolate ora il prezzo di equilibrio p_t generato da un processo di formazione delle aspettative di tipo *adattivo*:

$$p_{t-1,\,t}^e = \lambda\, p_{t-1} + (1-\lambda)\, p_{t-2,\,t-1}^e \qquad 0 < \lambda < 1$$

   e confrontatelo con il prezzo trovato con aspettative razionali.

2. (*Modello di iperinflazione di Cagan*) Utilizzando il modello di Cagan analizzato nella Sezione 1 sotto l'ipotesi di aspettative *razionali*, trovate il livello dei prezzi p_t sapendo che la quantità offerta di moneta segue un processo stocastico autoregressivo del tipo

$$m_t = \rho\, m_{t-1} + \varepsilon_t$$

dove ε_t è uno shock *white noise* e $0 < \rho < 1$. E' presente anche uno shock *white noise* u_t alla domanda di moneta Come e perché il valore del parametro ρ influisce sulla relazione fra moneta e prezzi (commentate i due casi $\rho \to 1$ e $\rho \to 0$)? Calcolate l'errore di previsione del prezzo al tempo t e verificate che non sia prevedibile sulla base di informazioni disponibili al tempo $t-1$.

3. (*Critica di Lucas*). Si consideri un semplice modello macroeconomico formato dalle seguenti equazioni di offerta (AS) e domanda aggregata (AD):

$$
\begin{aligned}
y_t &= \gamma\left(p_t - E_{t-1}p_t\right) + u_t && \text{(AS)} \\
y_t &= m_t - p_t\,, && \text{(AD)}
\end{aligned}
$$

dove tutte le variabili sono espresse in logaritmi, y indica il livello del reddito (per semplicità si è posto $\bar{y} = 0$), p il livello dei prezzi, m la quantità nominale di moneta e $E_{t-1}p_t$ l'aspettativa (razionale) del livello dei prezzi al tempo t formata dal settore privato sulla base di tutte le informazioni disponibili fino al tempo $t-1$. u denota uno shock di offerta con la proprietà: $E_{t-1}u_t = 0$. Si supponga inoltre che le autorità monetarie utilizzino la seguente regola di comportamento, perfettamente conosciuta dagli agenti, per fissare in ogni periodo la quantità di moneta:

$$
m_t = \bar{m} + p_{t-1} + \varepsilon_t\,, \qquad \text{(MR)}
$$

dove $\bar{m}$ è un termine costante e ε introduce una componente dell'offerta di moneta non prevedibile dagli agenti ($E_{t-1}\varepsilon_t = 0$).

   (a) Si dimostri che solo la componente stocastica della regola monetaria influenza il livello del reddito;

   (b) si derivi un'espressione che lega il reddito y_t al tasso di inflazione effettiva $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$. Qual è la natura dei parametri che compaiono in questa relazione?

4. (*Nuova Macroeconomia Classica*) Considerate la seguente versione semplificata del modello NMC analizzato nella Sezione 3, composto dalle seguenti equazioni di domanda ed offerta aggregate:

$$
\begin{aligned}
y_t &= \alpha\left(m_t - p_t\right) + v_t \\
y_t &= \gamma\left(p_t - E_{t-1}p_t\right) + u_t
\end{aligned}
$$

dove $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$ e $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ denotano shock *white noise* rispettivamente alla domanda e all'offerta con covarianza nulla. La politica monetaria è condotta attraverso la manovra della quantità offerta di moneta secondo la seguente regola:

$$m_t = m_{t-1} + \delta_1 \, u_t - \delta_2 \, v_t$$

(con $\delta_1, \delta_2 > 0$). In questo caso *le autorità monetarie posseggono informazioni superiori* a quelle a disposizione dei produttori del settore privato, potendo decidere m_t *dopo* aver osservato la realizzazione al tempo t degli shock di domanda ed offerta, mentre i produttori formano aspettative sul livello dei prezzi in t solo sulla base di informazioni al tempo $t-1$.

(a) Risolvete il modello trovando le espressioni per il livello dei prezzi e l'output di equilibrio e valutatene la dipendenza dai parametri della regola di politica monetaria δ_1 e δ_2;

(b) supponete che le autorità monetarie abbiano l'obiettivo di *stabilizzare* l'output intorno al valore che assumerebbe in situazione di perfetta informazione (assenza di sorprese di prezzo), cioè $y_t = u_t$. Esse scelgono i valori dei parametri di politica monetaria δ_1 e δ_2 in modo da risolvere il seguente problema

$$\min_{\delta_1, \delta_2} \; var\,(y_t - u_t) = var\,(p_t - E_{t-1} p_t)$$

Determinate i valori ottimali dei due parametri di politica monetaria e valutate l'efficacia della politica monetaria in termini di stabilizzazione dell'output a fronte degli shock di domanda ed offerta.

5. (*Nuova Macroeconomia Classica*) Considerate una versione modificata del modello NMC analizzato nella Sezione 3, in cui sia attribuito agli *operatori privati sui mercati finanziari* un livello di *informazione maggiore* rispetto alle autorità monetarie. In particolare si ipotizza la seguente forma per la funzione di domanda aggregata (ottenuta combinando le curve IS ed LM):

$$y_t = \alpha\,(m_t - p_t) - \beta\, E_t(p_{t+1} - p_t) + v_t$$

dove l'insieme di informazioni utilizzato dagli operatori privati per formare l'aspettativa del tasso di inflazione è datato t (ed include quindi la conoscenza del livello dei prezzi p_t) e $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$ è un disturbo (composito) *white* *noise* di domanda. La curva di offerta aggregata è la tradizionale curva alla Lucas:

$$y_t = \gamma\ (p_t - E_{t-1}p_t) + u_t$$

con $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ disturbo *white noise* di offerta, non correlato allo shock di domanda v_t. Infine, la politica monetaria adotta una regola sistematica di stabilizzazione dell'output basata su informazioni disponibili al tempo $t-1$ (*feedback rule*) sugli shock di domanda ed offerta:

$$m_t = \delta_1 u_{t-1} - \delta_2 v_{t-1}$$

(a) Risolvete il modello trovando l'espressione per il livello dei prezzi e l'output di equilibrio;

(b) supponete che (come nel problema 4) le autorità monetarie abbiano l'obiettivo di *stabilizzare* l'output intorno al valore che assumerebbe in situazione di perfetta informazione (assenza di sorprese di prezzo), cioè $y_t = u_t$. Esse scelgono i valori dei parametri di politica monetaria δ_1 e δ_2 in modo da risolvere il seguente problema

$$\min_{\delta_1,\delta_2}\ var\,(y_t - u_t) = var\,(p_t - E_{t-1}p_t)$$

Determinate i valori ottimali dei due parametri di politica monetaria e valutate l'efficacia della politica monetaria in termini di stabilizzazione dell'output a fronte degli shock di domanda ed offerta.

(c) Confrontate i risultati con quelli ottenuti dalla soluzione del problema 4. E' possibile che la politica monetaria sia efficace nella stabilizzazione dell'output anche se le autorità monetarie possiedono un livello di informazione inferiore rispetto ad altri agenti nell'economia e per quale motivo?