Risposte agli esercizi

1. (*Aspettative e dinamica dei prezzi*)

   (a) Uguagliando quantità domandata ed offerta del bene al tempo t otteniamo:

   $$\begin{aligned} a_0 - a_1 p_t &= b_0 + b_1 p^e_{t-1,t} + u_t \\ \Rightarrow p_t &= \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1}\, p^e_{t-1,t} - \frac{1}{a_1}\, u_t \end{aligned}$$

   Il prezzo di equilibrio al tempo t dipende negativamente dall'aspettativa formulata in $t-1$: un valore di $p^e_{t-1,t}$ relativamente elevato fa aumentare l'offerta del bene in t e tale aumento esercita un effetto negativo sul prezzo di equilibrio p_t.

   (b) Se $p^e_{t-1,t} = E_{t-1} p_t$, il prezzo di equilibrio diventa:

   $$p_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1}\, E_{t-1} p_t - \frac{1}{a_1}\, u_t$$

   Prendendo il valore atteso in $t-1$ e risolvendo per $E_{t-1} p_t$:

   $$E_{t-1} p_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1}$$

   Sostituendo $E_{t-1} p_t$ nell'equazione precedente otteniamo il livello del prezzo di equilibrio con aspetattive razionali:

   $$p_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} - \frac{1}{a_1}\, u_t$$

   Il prezzo quindi oscilla in maniera non prevedibile intorno ad un valore costante dato da $\frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1}$ e il suo livello in t non dipende in alcun modo dall'andamento passato del prezzo stesso ($p_{t-1}, p_{t-2}, ...$ non entrano nell'equazione di p_t). Inoltre, ogni realizzazione dello shock di offerta u_t ha effetto solo nel periodo t e non genera alcun ulteriore aggiustamento del prezzo nei periodi successivi.

   (c) Con aspettative adattive, utilizzando il procedimento visto nella Sezione 1, possiamo esprimere $p^e_{t-1,t}$ in funzione dei livelli di prezzo passati:

   $$p^e_{t-1,t} = \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i\, p_{t-1-i}$$

e trovare la seguente espressione per il prezzo di equilibrio:

$$p_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i \, p_{t-1-i} - \frac{1}{a_1} u_t$$

Ora, a differenza di quanto succede con aspettative razionali, il prezzo di equilibrio dipende dalla sua storia passata e ogni realizzazione di u_t genera un processo di graduale aggiustamento del prezzo (e del prezzo atteso) al valore di equilibrio.

2. (*Modello di iperinflazione di Cagan*) Sotto l'ipotesi di aspettative razionali e considerando uno shock alla domanda di moneta la condizione di equilibrio diviene:

$$m_t - p_t = -\alpha(E_t p_{t+1} - p_t) + u_t$$

utilizzando il procedimento descritto nella Sezione 1, otteniamo il livello dei prezzi di equilibrio:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^i E_t \, m_{t+i} - \frac{1}{1+\alpha} u_t$$

Dal processo stocastico che genera la quantità offerta di moneta possiamo derivare il valore atteso al tempo t delle quantità di moneta in tutti i periodi futuri m_{t+i}:

$$\begin{aligned} E_t m_{t+1} &= E_t \left(\rho \, m_t + \varepsilon_{t+1} \right) = \rho \, m_t \\ E_t m_{t+2} &= E_t \left(\rho \, m_{t+1} + \varepsilon_{t+2} \right) = E_t \left(\rho^2 \, m_t + \rho \, \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} \right) = \rho^2 \, m_t \\ &\quad ... \qquad\qquad\qquad ... \\ E_t m_{t+i} &= \rho^i \, m_t \end{aligned}$$

che, sostituito nell'equazione di p_t dà:

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{1}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^i \rho^i \, m_t - \frac{1}{1+\alpha} u_t \\ \Rightarrow p_t &= \frac{1}{1+\alpha(1-\rho)} m_t - \frac{1}{1+\alpha} u_t \end{aligned}$$

Ora il parametro ρ influenza l'effetto di m_t sul prezzo p_t. ρ misura la persistenza nel tempo di shock all'offerta di moneta ε. Nel caso limite in cui $\rho \to 1$ il processo che genera m_t tende ad un *random walk* e ogni shock

ε_t modifica in modo permanente la quantità di moneta offerta; tale nuovo livello permanente viene incorporato imemdiatamente in tutte le aspettative $E_t m_{t+i}$ determinando una variazione del prezzo p_t relativamente elevata (il coefficiente su m_t tende a 1. Nel caso limite opposto in cui $\rho \to 0$ la quantità di moneta è generata da un processo *white noise* e gli shock ε non generano alcun movimento persistente di m; in questo caso l'effetto su p_t è relativamente minore ed il coefficiente su m_t tende a $\frac{1}{1+\alpha} < 1$.
L'errore di previsione in t può essere ottenuto calcolando il valore atteso

$$E_{t-1}p_t = \frac{1}{1+\alpha(1-\rho)} E_{t-1}m_t$$

e sottraendolo a p_t. Si ottiene:

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{1+\alpha(1-\rho)} \underbrace{(m_t - E_{t-1}m_t)}_{\varepsilon_t} - \frac{1}{1+\alpha} u_t$$

da cui si può verificare che $E_{t-1}(p_t - E_{t-1}p_t) = 0$. In termini di "revisione delle aspettative" sui valori futuri di m, come nella (1.20) della Sezione 1, abbiamo: $E_t m_{t+i} - E_{t-1}m_{t+i} = \rho^i \varepsilon_t$. Sostituendo questo temine nella (1.20) si ottiene la stessa espressione per l'errore di previsione ricavata sopra.

3. (*Critica di Lucas)*

   (a) Uguagliando la domanda e l'offerta aggregate si ottiene la seguente espressione per il livello dei prezzi p:

   $$p_t = \frac{1}{1+\gamma} m_t + \frac{\gamma}{1+\gamma} E_{t-1}p_t - \frac{1}{1+\alpha} u_t$$

   da cui si deriva l'aspettativa al tempo $t-1$:

   $$E_{t-1}p_t = \frac{1}{1+\gamma} E_{t-1}m_t + \frac{\gamma}{1+\gamma} E_{t-1}p_t \Rightarrow E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t$$

   Sostituendo $E_{t-1}m_t$ al posto di $E_{t-1}p_t$ nell'equazione del livello dei prezzi si ricava la "sorpresa inflazionistica" $p_t - E_{t-1}p_t$ che ha effetto sull'output:

   $$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{1+\gamma}(m_t - E_{t-1}m_t) - \frac{1}{1+\gamma} u_t$$

   Quindi solo la componente non prevedibile dell'offerta di moneta ($m_t - E_{t-1}m_t = \varepsilon_t$, secondo la regola di fissazione della quantità di moneta seguita dalle autorità monetarie) determina variazioni inattese nel livello dei prezzi con conseguenze sulla produzione.

(b) Utilizzando il fatto che, dalla regola di politica monetaria, $E_{t-1}m_t = \bar{m} + p_{t-1}$, la sorpresa inflazionistica può essere espressa come:

$$p_t - E_{t-1}p_t = p_t - (\bar{m} + p_{t-1}) = \pi_t - \bar{m}$$

Dalla funzione di offerta aggregata si ricava infine la seguente relazione fra reddito e tasso di inflazione:

$$y_t = \gamma\,\pi_t - \gamma\,\bar{m} + u_t$$

Il termine costante in questa equazione dipende da un parametro ($\bar{m}$) della regola di comportamento delle autorità monetarie: ogni variazione della componente perfettamente prevista della regola monetaria ha effetto sulla relazione fra output e inflazione, influenzandone la "posizione" nel piano (π, y).

4. (*Nuova Macroeconomia Classica*)

(a) Uguagliando domanda ed offerta aggregata otteniamo il livello dei prezzi di equilibrio:

$$p_t = \frac{\alpha}{\alpha+\gamma}\,m_t + \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}\,E_{t-1}p_t + \frac{1}{\alpha+\gamma}\,(v_t - u_t)$$

da cui ricaviamo il valore atteso in $t-1$:

$$\begin{aligned} E_{t-1}p_t &= \frac{\alpha}{\alpha+\gamma}\,E_{t-1}m_t + \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}\,E_{t-1}p_t \\ &\Rightarrow\ E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t \end{aligned}$$

Sottraendo $E_{t-1}p_t$ da p_t otteniamo la sorpresa nel livello dei prezzi:

$$\begin{aligned} p_t - E_{t-1}p_t &= \frac{\alpha}{\alpha+\gamma}\underbrace{(m_t - E_{t-1}m_t)}_{\delta_1 u_t - \delta_2 v_t} + \frac{1}{\alpha+\gamma}\,(v_t - u_t) \\ &= \frac{1-\alpha\delta_2}{\alpha+\gamma}\,v_t - \frac{1-\alpha\delta_1}{\alpha+\gamma}\,u_t \end{aligned}$$

e il livello di output di equilibrio:

$$y_t = \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}\,[(1-\alpha\delta_2)\,v_t - (1-\alpha\delta_1)\,u_t] + u_t$$

Deviazioni della produzione dal suo valore naturale sono determinate solo dagli shock v e u, non prevedibili da parte dei produttoridel settore privato. In questo caso, l'impatto su y_t dei disturbi di domanda ed offerta dipende dai parametri della regola monetaria (δ_1 e δ_2), che sfrutta un grado di informazione maggiore rispetto ai produttori privati, potendo decidere la quantità di moneta al tempo t dopo avere osservato le realizzazioni degli shock v_t e u_t. (NB.: si può ottenere la medesima soluzione del modello applicando il metodo dei coefficienti indeterminati descritto nella Sezione 3, partendo da una soluzione ipotizzata per il livello dei prezzi della forma: $p_t = \pi_1 \, m_{t-1} + \pi_2 \, u_t + \pi_3 \, v_t$).

(b) Se le autorità monetarie hanno l'obiettivo di stabilizzare la produzione intorno al suo valore di perfetta informazione $y_t = u_t$, i valori ottimali dei parametri δ_1^* e δ_2^* sono determinati risolvendo il problema:

$$\begin{aligned} \min_{\delta_1,\delta_2} \; var\,(p_t - E_{t-1}p_t) \;\; &= \;\; \left(\frac{1-\alpha\delta_2}{\alpha+\gamma}\right)^2 \sigma_v^2 + \left(\frac{1-\alpha\delta_1}{\alpha+\gamma}\right)^2 \sigma_u^2 \\ &\Rightarrow \quad \delta_1^* = \frac{1}{\alpha} \quad , \quad \delta_2^* = \frac{1}{\alpha} \end{aligned}$$

La regola ottimale di politica monetaria, in grado di stabilizzare perfettamente il livello di output intorno al valore obiettivo $y_t = u_t$ è quindi:

$$m_t = m_{t-1} + \frac{1}{\alpha}\, u_t - \frac{1}{\alpha}\, v_t$$

In questo caso la politica monetaria riacquista efficacia nella stabilizzazione dell'output sfruttando la maggiore informazione sugli shock rispetto ai produttori privati.

5. *(Nuova macroeconomia Classica)*

(a) Uguagliando domanda ed offerta aggregate e utilizzando la regola di politica monetaria per sostituire m_t otteniamo la seguente espressione per il livello dei prezzi p_t:

$$p_t = \frac{1}{\alpha+\beta+\gamma}\,\left(\alpha\delta_1 u_{t-1} - \alpha\delta_2 v_{t-1} + \beta\, E_t p_{t+1} + \gamma\, E_{t-1}p_t + v_t - u_t\right) \tag{*}$$

Adottando il metodo dei coefficienti indeterminati, ipotiziamo una soluzione per il livello dei prezzi della forma:

$$p_t = \pi_1\, u_t + \pi_2\, v_t + \pi_3\, u_{t-1} + \pi_4\, v_{t-1}$$

da cui si possono calcolare i valori attesi:

$$\begin{aligned} E_{t-1}p_t &= \pi_3\, u_{t-1} + \pi_4\, v_{t-1} \\ E_t p_{t+1} &= \pi_3\, u_t + \pi_4\, v_t \end{aligned}$$

che, sostituiti nella (*), portano alla seguente equazione:

$$\begin{aligned} p_t = \frac{1}{\alpha+\beta+\gamma} \qquad & (\alpha\delta_1 u_{t-1} - \alpha\delta_2 v_{t-1} + \beta\,\pi_3\, u_t + \beta\,\pi_4\, v_t + \\ & +\gamma\,\pi_3\, u_{t-1} + \gamma\,\pi_4\, v_{t-1} + v_t - u_t) \qquad (**) \end{aligned}$$

Uguagliando i coefficienti sulle stesse variabili nella (*) e nella (**) otteniamo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{aligned} u_t \;:\quad \pi_1 &= \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\,\pi_3 - \frac{1}{\alpha+\beta+\gamma} \\ v_t \;:\quad \pi_2 &= \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\,\pi_4 + \frac{1}{\alpha+\beta+\gamma} \\ u_{t-1} \;:\quad \pi_3 &= \frac{\alpha\delta_1}{\alpha+\beta+\gamma} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\,\pi_3 \\ &\Rightarrow \quad \pi_3 = \frac{\alpha\delta_1}{\alpha+\beta} \\ v_{t-1} \;:\quad \pi_4 &= -\frac{\alpha\delta_2}{\alpha+\beta+\gamma} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\,\pi_4 \\ &\Rightarrow \quad \pi_4 = -\frac{\alpha\delta_2}{\alpha+\beta} \end{aligned}$$

da cui si ricavano anche i valori di π_1 e π_2:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{1}{\alpha+\beta+\gamma}\left(\frac{\alpha\beta\delta_1}{\alpha+\beta} - 1\right) \\ \pi_2 &= \frac{1}{\alpha+\beta+\gamma}\left(1 - \frac{\alpha\beta\delta_2}{\alpha+\beta}\right) \end{aligned}$$

Possiamo quindi derivare immediatamente il livello di output:

$$y_t = \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\left[\left(\frac{\alpha\beta\delta_1}{\alpha+\beta} - 1\right) u_t + \left(1 - \frac{\alpha\beta\delta_2}{\alpha+\beta}\right) v_t\right] + u_t$$

Anche in questo caso deviazioni di y dal suo valore naturale sono determinate solo dagli shock (non prevedibili) di domanda ed offerta; i parametri della regola *feedback* di politica monetaria δ_1 e δ_2 compaiono però nell'equazione dell'output, influenzando l'effetto degli shock su y (come nel caso del problema 4, in cui l'asimmetria informativa fra produttori e *policymaker* era opposta).

(b) Se le autorità monetarie hanno l'obiettivo di stabilizzare la produzione intorno al suo valore di perfetta informazione $y_t = u_t$, i valori ottimali dei parametri δ_1^* e δ_2^* sono determinati risolvendo il problema:

$$\min_{\delta_1,\delta_2} var\,(p_t - E_{t-1}p_t) = \left(\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\right)^2 \left[\left(\frac{\alpha\beta\delta_1}{\alpha+\beta} - 1\right)^2 \sigma_u^2 + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{\alpha\beta\delta_2}{\alpha+\beta}\right)^2 \sigma_v^2\right]$$
$$\Rightarrow \quad \delta_1^* = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \quad , \quad \delta_2^* = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

La regola ottimale di politica monetaria, in grado di stabilizzare perfettamente il livello di output intorno al valore obiettivo $y_t = u_t$ è quindi:

$$m_t = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\, u_{t-1} - \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\, v_{t-1}$$

Anche in questo caso la politica monetaria è efficace nella stabilizzazione dell'output pur in presenza di uno svantaggio informativo rispetto ad una parte del settore privato.

(c) La politica monetaria condotta secondo una regola *feedback* ha effetto sull'output proprio perchè le aspetattive di inflazione incorporano le informazioni disponibili al tempo t. Quando si verifica uno shock, ad esempio un aumento inatteso della domanda aggregata ($v_t > 0$), livello dei prezzi ed output tendono ad aumentare; osservando la realizzazione positiva di v_t, gli operatori privati, sapendo che la politica monetaria viene condotta secondo una regola *feedback* con i coefficienti ottimali δ_1^* e δ_2^*, si aspettano una reazione restrittiva di politica monetaria in $t+1$ (infatti m_{t+1} sarà negativamente influenzato da v_t secondo il coefficiente $-\delta_2^*$), con un conseguente effetto negativo sul livello dei prezzi atteso per il periodo $t+1$. L'effetto di questa aspettativa, formata sulla base di più ampia informazione rispetto al *policymaker*, è di ridurre il livello dell'inflazione attesa $E_t p_{t+1} - p_t$, con l'effetto di moderare la domanda aggregata in t. Se il *policymaker* sceglie in maniera ottimale la misura della reazione di m alle realizzazioni passate degli shock, l'-effetto sull'inflazione attesa sarà in grado di compensare esattamente l'effetto degli shock sulla domanda, portando ad una completa stabilizzazione dell'output, anche in presenza di uno svantaggio informativo da parte delle autorità monetarie. Una spiegazione analoga vale nel caso dello shock di offerta u_t.